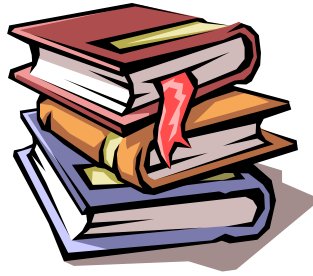


Tailieumontoan.com



Tài liệu sưu tầm



CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC
LUYỆN THI VÀO LỚP 6



Tài liệu sưu tầm, ngày 24 tháng 8 năm 2020

CHUYÊN ĐỀ: TOÁN HÌNH HỌC**BÀI TOÁN VỀ CHU VI – DIỆN TÍCH**

- Bài 1.** Cho tam giác ABC vuông ở A , cạnh AB dài $28cm$, cạnh AC dài $36cm$, điểm M nằm trên cạnh AC và cách A là $9cm$. Từ M kẻ đường song song với AB cắt BC tại N . Tính độ dài đoạn MN .
- Bài 2.** Cho tam giác ABC vuông ở A , cạnh AB dài $40cm$, cạnh AC dài $50cm$. Trên cạnh AB lấy đoạn AD dài $10cm$, từ D kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC tại E . Tìm diện tích tam giác BED .
- Bài 3.** Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn AD gấp 3 lần đáy nhỏ BC . Tính diện tích hình thang biết diện tích hình tam giác BCD là $54cm^2$.
- Bài 4.** Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi $280m$. Vì phải mở rộng đường, người ta đã cắt bớt $\frac{1}{6}$ chiều dài mảnh đất trên. Mảnh đất hình chữ nhật còn lại có chu vi là $248m$. Tìm diện tích mảnh đất hình chữ nhật còn lại.
- Bài 5.** Cho tam giác ABC , lấy điểm N trên BC sao cho $BN = \frac{1}{2}NC$. Điểm M là trung điểm của AB . Tính diện tích tam giác ABC , biết diện tích tam giác BMN bằng $6cm^2$
- Bài 6.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có DC dài $6cm$, BC dài $4cm$. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AB , MC cắt BD ở O (như hình vẽ bên)
- Bài 7.** Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $98m$. Tính diện tích mảnh đất đó biết rằng nếu ta thêm vào chiều rộng $3,5m$ và bớt chiều dài đi $3,5m$ thì mảnh đất đó trở thành hình vuông.
- Bài 8.** Trên cạnh BC của tam giác ABC lấy điểm D sao cho BD gấp 3 lần CD , vẽ chiều cao BH của tam giác ABD và chiều cao CK của tam giác ACD . So sánh BH và CK
- Bài 9.** Tính diện tích của một hình chữ nhật biết rằng nếu tăng chiều rộng để bằng chiều dài thì diện tích tăng thêm $48m^2$. Nếu giảm chiều dài cho bằng chiều rộng thì diện tích hình chữ nhật giảm $32m^2$.
- Bài 10.** Đứng trên một thửa ruộng hình thang, bạn Tí nói: “Đó hai bạn biết đáy lớn của thửa ruộng hình thang dài bao nhiêu mét?” Bạn Sửu ước lượng đáy lớn dài 20 mét, còn bạn Dần ước lượng đáy lớn dài 25 mét. Bạn Tí nói rằng: “Cả hai bạn sai”. Nếu ước lượng như bạn Sửu thì diện tích hực 30 mét vuông còn nếu ước lượng như bạn Dần thì diện tích tăng thêm 45 mét vuông. Em hãy tính chiều dài đáy lớn của thửa ruộng hình thang đó.
- Bài 11.** Một thửa ruộng hình thang vuông có đáy nhỏ $AB = 30m$, đáy lớn $CD = 60m$ và chiều cao $AD = 45m$. Người ta chia thửa ruộng ra thành hai mảnh hình thang có chiều cao là $40m$ và $5m$ như hình vẽ. Tính diện tích của mỗi mảnh.

Bài 12. Cho hình tam giác ABC và các điểm D, E, G, H sao cho $BD = \frac{1}{3}AB$; $AE = CG = \frac{1}{3}AC$; $CH = \frac{1}{3}BC$. Tính diện tích hình $BDEGH$. Biết diện tích tam giác ABC là 180 cm^2 .

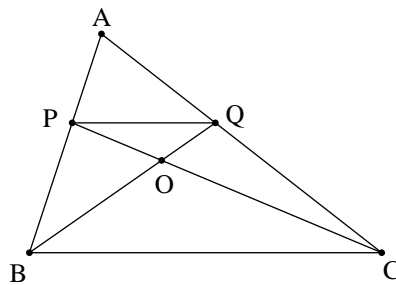
Bài 13. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AM bằng $\frac{1}{3}AB$. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AN bằng $\frac{1}{3}AC$. Nối B với N , nối C với M ; BN cắt CM tại I .

- So sánh diện tích tam giác ABN với diện tích tam giác ACM .
- So sánh diện tích tam giác BMI với diện tích CNI .
- Tính diện tích tam giác ABC , biết diện tích tứ giác $AMIN$ bằng 90 cm^2 .

Bài 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có DC dài 6 cm , BC dài 4 cm . Điểm M nằm trên đoạn thẳng AB , nối M với C , M với D . MC cắt BD tại O (như hình vẽ bên).

Bài 15. Tam giác ABC có diện tích 559 cm^2 , cạnh đáy BC có độ dài là 43 cm . Hỏi nếu kéo dài cạnh BC thêm 7 cm thì được một tam giác mới, có diện tích hơn diện tích tam giác ABC là bao nhiêu?

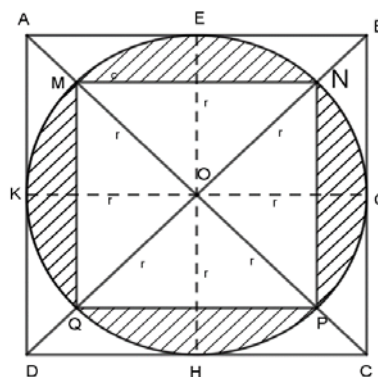
Bài 16. Cho hình vẽ sau: Biết $BPQC$ là hình thang.



- So sánh diện tích tam giác BOP và diện tích tam giác COQ .
- Tính diện tích hình thang $BPQC$ biết AP bằng $\frac{1}{3}AB$ và diện tích tam giác ABC bằng 45 cm^2 .

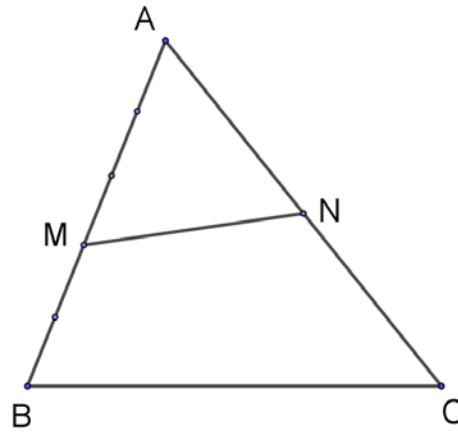
Bài 22. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $MNPQ$ như trong hình vẽ. Biết $BD = 12\text{ cm}$.

Hãy tính diện tích phần gạch chéo.



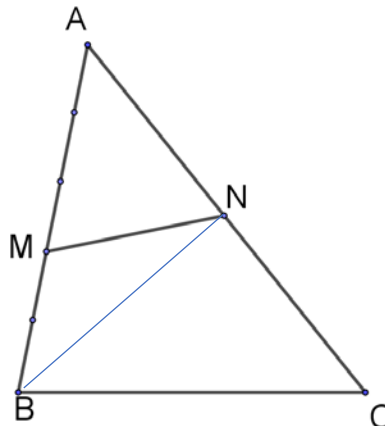
Hình bài 22

- Bài 23.** Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AM gấp rưỡi MB ; trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AN bằng một nửa AC . Biết diện tích tam giác AMN là 72cm^2 . Tính diện tích tứ giác $BMNC$



Hình bài 23

- Bài 24.** Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AM gấp rưỡi MB ; trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AN bằng một nửa AC . Biết diện tích tam giác AMN là 36cm^2 . Tính diện tích tứ giác $BMNC$



Hình bài 24

- Bài 25.** Cho hình tam giác ABC . Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = \frac{1}{5}BC$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = \frac{3}{4}AC$. Nối D với E , trên cạnh DE lấy trung điểm G . Biết diện tích tam giác AEG là 12cm^2 . Tính:
- a/ Diện tích tam giác ABC .
- b/ Tỷ số phần trăm của diện tích hình tam giác ADE và diện tích hình tam giác ABC .

Bài 26. Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ AB bằng $10,8cm$; đáy lớn CD bằng $27cm$. Nối A với C . Tính diện tích tam giác ADC biết diện tích tam giác ABC là $54cm^2$.

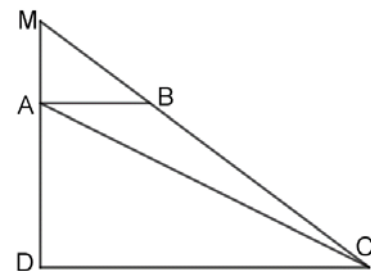
Bài 27. Tam giác ABC có diện tích là $90cm^2$, D là điểm chính giữa AB . Trên AC lấy điểm E sao cho AE gấp đôi EC . Tính diện tích AED .

Bài 28. Trên một thửa đất hình chữ nhật người ta đào một cái ao hình vuông. Chiều rộng thửa đất hơn cạnh ao $30m$, chiều dài thửa đất hơn cạnh ao $48m$. Diện tích đất còn lại là $2376m^2$. Tính diện tích thửa đất hình chữ nhật ban đầu.

Bài 29. Cho tam giác ABC có diện tích $141,3cm^2$. Trên AB lấy điểm M sao cho AM bằng $\frac{1}{3}$ cạnh AB , trên AC lấy điểm N sao cho AN bằng $\frac{1}{3}$ cạnh AC . Tính diện tích tứ giác $MNCB$.

Bài 30. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông góc tại A và D ; $AB = \frac{1}{3}CD$. Kéo dài DA và CB cắt nhau tại M (như hình vẽ).

- So sánh diện tích hai tam giác ABC và ADC .
- So sánh diện tích hai tam giác ABM và ACM
- Biết diện tích hình thang $ABCD$ bằng $64cm^2$. Tính diện tích tam giác MBA .

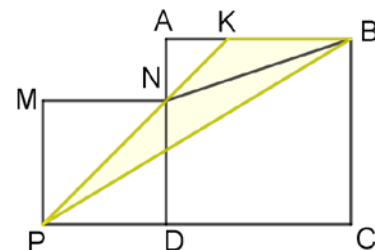


Hình bài 30

Bài 31. Vườn trường hình tam giác ABC vuông ở A . Cạnh AB dài $40m$, cạnh AC dài $30m$ còn cạnh BC dài $50m$. Nhà trường dành một mảnh vườn hình thang $MNBC$ có đáy lớn là BC và chiều cao $12m$ để ươm cây. Tính diện tích phần đất còn lại.

Bài 32. Trong hình vẽ bên, $ABCD$ và $MNDP$ là hai hình vuông. Biết $AB = 30cm, MN = 20cm$. Tính diện tích các hình tam giác $ABN; MNP$ và PBC

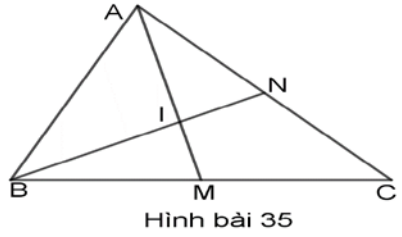
- Tính diện tích hình tam giác NPB .
- Tính diện tích hình tam giác NKB



Hình bài 32

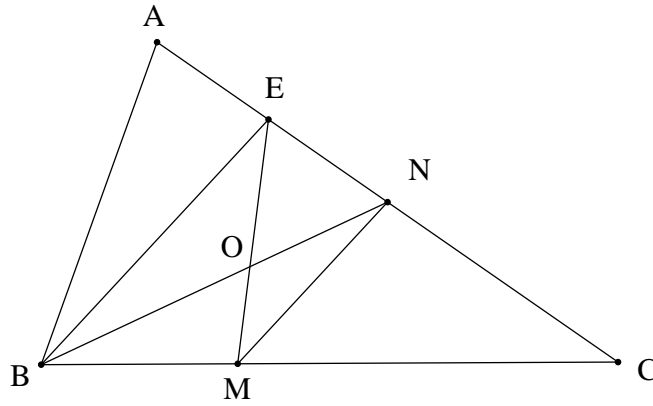
Bài 33. Cho ΔABC biết $BM = MC, CN = 3NA$. AB và MN kéo dài cắt nhau tại đầu E .

- So sánh diện tích tam giác EBM và EMC
- Biết diện tích tam giác AEN bằng $30cm^2$, tính diện tích tam giác ABN

- Bài 34.** Cho tam giác ABC có góc A vuông, cạnh $AB = 40\text{cm}$, $AC = 60\text{cm}$, $EDAC$ là hình thang có chiều cao 10cm . Em hãy tính diện tích tam giác BED .
- Bài 35.** Cho tam giác ABC . Trên cạnh AC điểm N sao cho $NA = NC$. Trên BN lấy điểm I sao cho $BI = \frac{2}{3}BN$. Nối AI cắt BC tại M .
- a. Biết diện tích tam giác ABN là 12cm^2 tính diện tích tam giác ABI
- b. Biết $BC = 10\text{cm}$. Tính BM .
- 
- Bài 36.** Cho tam giác ABC có diện tích $20,25\text{dm}^2$ và cạnh BC dài 50cm . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = \frac{1}{3}AC$. Kẻ đường cao DK của tam giác DBC . Hãy tính chiều cao DK .
- Bài 37.** Cho biết $BPQC$ là hình thang.
- a. So sánh diện tích tam giác BOP và diện tích tam giác CQO .
- b. Tính diện tích hình thang $BPQC$ biết AP bằng $\frac{1}{3}AB$ và diện tích tam giác ABC bằng 45cm^2
- Bài 38.** Một cái ao hình tam giác có chiều cao 14m và cạnh đáy gấp rưỡi chiều cao. Tính diện tích cái ao đó?
- Bài 39.** Một hình tam giác có diện tích là $189,54\text{cm}^2$ và độ dài một cạnh là $24,3\text{cm}$. Tính chiều cao tương ứng với cạnh đó của tam giác.
- Bài 40.** Một thửa ruộng hình tam giác có tổng cạnh đáy và chiều cao là 86m . Tính diện tích thửa ruộng đó bằng dam^2 biết chiều cao hơn cạnh đáy là 160dm .
- Bài 41.** Một hình tam giác có chu vi là 450m . Cạnh AB hơn cạnh BC là 5cm và kém cạnh AC là 5cm . Tính các cạnh của tam giác ABC .
- Bài 42.** Một tam giác có diện tích là $12,16\text{dm}^2$ và chiều cao tương ứng với một cạnh đáy là $3,8\text{dm}$. Tính cạnh đáy của tam giác đó theo dm .
- Bài 43.** Cho tam giác ABC , cạnh $BC = 16\text{cm}$. Nếu kéo dài cạnh BC về phía C một đoạn sao cho $CD = 4\text{cm}$ thì được tam giác ABD có diện tích lớn hơn diện tích tam giác ABC là 20cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC .
- Bài 44.** Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 30\text{cm}$, $AC = 40\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = 10\text{cm}$. Từ D kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại E . Tính độ dài đoạn thẳng DE .

- Bài 45.** Một tam giác có đáy là $35dm$. Nếu kéo dài cạnh đáy thêm $2.7m$ thì diện tích tam giác tăng thêm $5.265m^2$. Diện tích lá cờ đó là bao nhiêu m^2 ?
- Bài 46.** Một lá cờ thể thao hình tam giác vuông có cạnh góc vuông thứ nhất là $3dm$, như vậy là hơn cạnh góc vuông thứ hai là $5cm$. Diện tích lá cờ đó là bao nhiêu dm^2 ?
- Bài 47.** Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = 2BM$, trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = 2CN$. Nối B với N , nối C với M . Gọi O là giao điểm của BN và CM . Hãy so sánh diện tích của hai tam giác BOM và CON .
- Bài 48.** Cho tam giác ABC . D là điểm chính giữa của AC . Trên AB lấy điểm E sao cho $AE = 2EB$. Nối BD cắt CE tại G .
- So sánh diện tích tam giác BGC và tam giác ABG .
 - So sánh EG và CG .
- Bài 49.** Cho tam giác ABC . M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Có MC và BN cắt nhau tại O . Tính diện tích của tam giác MON biết diện tích tam giác ABC là $132m^2$.
- Bài 51.** Cho tam giác ABC có $BC = 24cm$. Trên BC lấy điểm D cách C là $4cm$. Nối A với D ta được tam giác ADC có diện tích là $17cm^2$.
- Tính diện tích hình tam giác ABC .
 - Tìm tỉ số phần trăm của diện tích hình tam giác ADC và diện tích hình tam giác ABD .
- Bài 52.** Cho tam giác ABC có diện tích là $36m^2$, $AM = \frac{1}{3}AB$, $AN = \frac{1}{3}AC$. Tính diện tích tứ giác $BMNC$.
- Bài 53.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 18cm$ và $BC = 12cm$. Trên AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ và trên BC lấy điểm N sao cho $BN = \frac{1}{2}BC$. Tính diện tích hình tam giác DMN .
- Bài 54.** Cho tam giác ABC có M nằm trên BC và $MC = \frac{1}{4}BC$, BK là đường cao của tam giác ABC , MH là đường cao của tam giác AMC . Tính tỉ số $\frac{MH}{BK}$.
- Bài 55.** Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh AB dài $30cm$, $AC = 40cm, BC = 50cm$. Ta cắt một đoạn thẳng song song với cạnh BC và cách cạnh BC $3cm$. Đoạn thẳng đó cắt AB tại M , cắt AC tại N . Tính diện tích hình $MNCB$.
- Bài 56.** Cho hình tam giác ABC có điểm N là điểm chính giữa cạnh AC . Trên đó có hình thang $BMNE$ như hình vẽ bên. Nối B với N , nối E với M , hai đoạn thẳng này gặp nhau ở điểm O .
- So sánh diện tích hai hình tam giác OBM và OEN .

b) So sánh diện tích hình tam giác EMC với diện tích hình $AEMB$.



- Bài 57.** Cho hình tam giác ABC . Gọi D là điểm chính giữa đoạn BC . Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $AE = \frac{1}{5}AC$. Nối DE kéo dài cắt đường thẳng AB tại M ; Nối M với C . Biết diện tích tam giác AME bằng 20cm^2 . Hãy tính:
- Diện tích tam giác MEC .
 - Diện tích tam giác ABC .
- Bài 58.** Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại điểm E . Hãy nêu tên các cặp hình tam giác có diện tích bằng nhau.
- Bài 59.** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M và N sao cho $AM = MN = NB$. Tính $\frac{S_{AMCD}}{S_{NBCD}}$
- Bài 60.** (*Em mạnh dạn thay đổi câu hỏi của đề bài, các thầy cô xem giúp em được không ạ?*) Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Trên AB lấy điểm M bất kì. Nối M với D và C . Trên DC lấy điểm N bất kì. Nối A với N cắt MD tại E . Nối B với N cắt MC ở G . Biết diện tích các hình tam giác AED và BGC lần lượt là $1,2\text{cm}^2$ và $3,4\text{cm}^2$. Tính diện tích hình tứ giác $MGNE$.
- Bài 61.** Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 9\text{cm}$ và đáy $DC = 15\text{cm}$. Nếu kéo dài một đáy thêm 3cm thì được hình thang mới có diện tích lớn hơn diện tích hình thang $ABCD$ là $7,5\text{cm}^2$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Bài 62.** Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 18\text{cm}$ và đáy $DC = 24\text{cm}$. Nếu kéo dài đáy bé thêm $BE = 9\text{cm}$ và đáy lớn thêm $CG = 12\text{cm}$ (về cùng một phía) thì được hình thang $BEGC$ có diện tích là $157,5\text{cm}^2$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Bài 63.** Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 18\text{cm}$ và đáy $DC = 36\text{cm}$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau ở E . Biết diện tích hình tam giác EAB là 5cm^2 . Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Bài 64.** Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 15\text{cm}$ và đáy $DC = 45\text{cm}$. Hai đường chéo cắt nhau ở E . Biết diện tích hình tam giác EBC là 30cm^2 . Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Bài 65.** Cho hình thang $ABCD$ có đáy bé AB và đáy lớn DC . Hai đường chéo cắt nhau ở E . Biết diện tích hình tam giác EAB là $2,5\text{cm}^2$ và diện tích hình tam giác EAD là $7,5\text{cm}^2$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Bài 66.** Cho hình thang $ABCD$ có đáy AB và DC , trong đó $AB = \frac{1}{2}DC$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau ở điểm E .
- Tìm tỉ số độ dài đoạn thẳng EA và EC .

b) Hãy so sánh diện tích hình tam giác EAB và diện tích hình tam giác EDC .

Bài 67. Cho hình vẽ bên, biết $AM = MB$, $CN = 2BN$, $AC = 4CP$ và $S_{MNP} = 90 \text{ cm}^2$. Tính diện tích tam giác ABC .

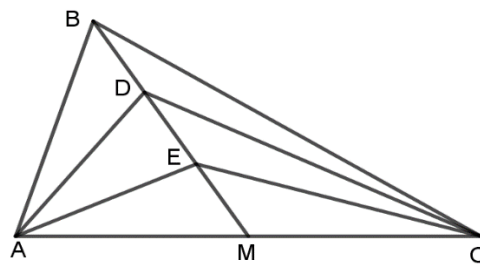
Bài 68. Cho tam giác ABC có diện tích 270 cm^2 . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{2}MB$. Trên AC lấy N và P sao cho $AN = CP = \frac{1}{3}AC$. Trên BC lấy điểm Q sao cho $CQ = 2 \times BQ$. Tính diện tích của hình $MNPQB$.

Bài 69. Cho tam giác ABC , trên cạnh AB lấy M sao cho $AM = 2BM$, trên cạnh AC lấy N sao cho $AN = \frac{3}{2}NC$. Biết diện tích tứ giác $MNCB$ lớn hơn diện tích tam giác AMN là 24 cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC .

Bài 70. Cho tam giác ABC (hình vẽ bên); $EA = EB$; $DC = 2BD$. Tính diện tích phần tô đậm biết diện tích tam giác ABC bằng 60 cm^2 .

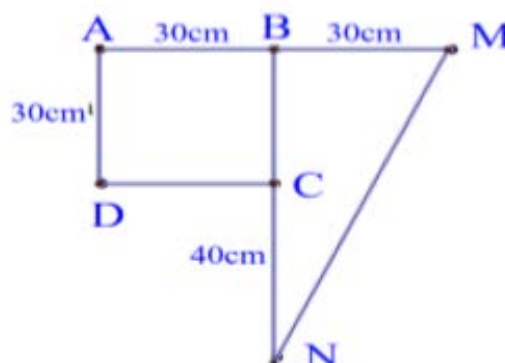
Bài 72. Cho hình tam giác ABC có diện tích bằng 875 cm^2 . Q và K lần lượt nằm trên các cạnh AB và AC sao cho $QB = \frac{3}{4}QA$ và $KC = \frac{2}{3}KA$. Nối QK , tính diện tích tứ giác $QBKC$.

Bài 73. Trong hình bên, $AM = MC$, $BD = DE = EM$, diện tích tam giác ACD là 2020 cm^2 . Tính tổng diện tích các tam giác trong hình nhận điểm B làm đỉnh.

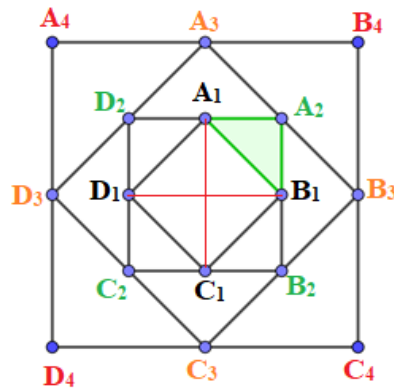


Hình 73

Bài 74. Tính diện tích hình sau:



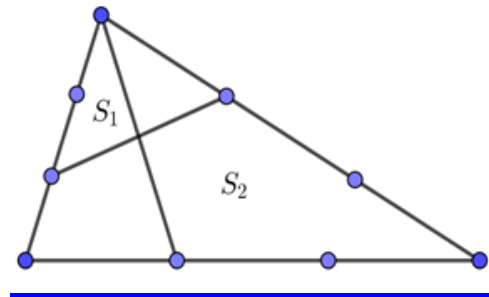
Bài 75. Biết diện tích tam giác tô đậm là 2cm^2 . Tính diện tích hình vuông lớn.



Bài 76. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 18\text{ cm}$ và $BC = 12\text{ cm}$. Trên AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ và trên BC lấy điểm N sao cho $BN = \frac{1}{2}BC$. Tính diện tích tam giác DMN

Bài 77. Cho hình bình hành $ABCD$. E là một điểm trên AB . Nối E với C và B với D . Gọi điểm giao nhau giữa EC và BD là F . Diện tích hình tam giác EFB là 20cm^2 và BFC là 50cm^2 . Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.

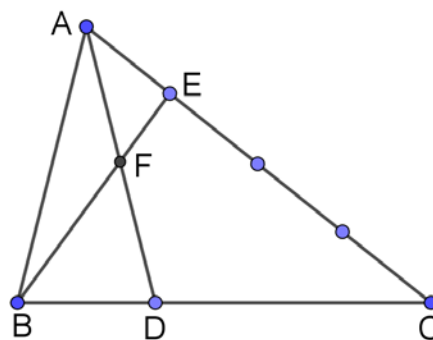
Bài 78. Cho hình vẽ bên biết $S_1 = 12\text{cm}^2$. Tính S_2 ?



Bài 79. Cho hình tam giác ABC . Lấy M trên AB và N trên AC sao cho $AM = MB$ và $NC \times 2 = NA$.

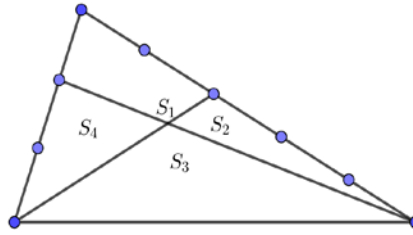
- Tính tỉ số diện tích ANM và $BMNC$.
- Cho MN cắt BC ở D . So sánh BC với CE

Bài 80. Cho hình vẽ. Tính tỉ số diện tích 2 tam giác BDF và AEF .



Hình bài 80

Bài 81. Cho tam giác với các tỷ lệ như hình. Biết $S_3 - S_1 = 84\text{cm}^2$. Tính $S_4 - S_2$



Hình 81

Bài 82. Một bể bơi dài 33m , rộng 12m và sâu $1\text{m}80\text{cm}$. Người ta dùng gạch men hình vuông có cạnh 30cm để lát xung quanh thành bể và đáy bể. Tính số gạch để lát bể bơi đó?

Bài 83. Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh $AB = 6\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$ và $BC = 10\text{m}$ vẽ chiều cao AH từ đỉnh A đến cạnh đáy BC .

a) Tính chiều cao AH .

b) Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = 2 \times EC$. Tính diện tích tam giác AEC ?

Bài 84.

1. Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 152m , biết rằng nếu giảm chiều dài miếng đất 5m thì diện tích miếng đất giảm 170m^2 . Tính diện tích miếng đất?

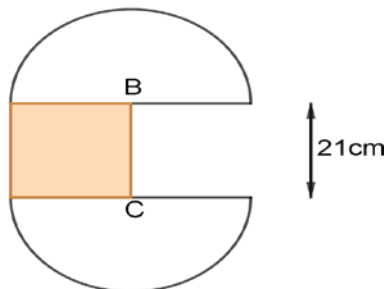
2. Cho tam giác ABC , có D là điểm chính giữa của cạnh BC . Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{3}AC$.

a) So sánh diện tích tam giác ADM và ABC

b) Trên cạnh AB lấy điểm N sao cho $AN = NB$. Tính diện tích tam giác DMN , nếu biết diện tích tam giác ABC là 640cm^2 .

Bài 85. Cho tam giác ABC , lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{1}{2}BC$, lấy điểm N trên cạnh AC sao cho $AN = \frac{3}{4}AC$. Biết diện tích tam giác ABC bằng 60cm^2 . Vậy diện tích tam giác AMN là cm^2

Bài 86. Cho hình vẽ sau gồm có một hình vuông màu cam cạnh 21cm và hai nửa hình tròn. B và C là tâm của các nửa đường tròn tương ứng. Diện tích của hình đó là ... cm^2



Hình bài 86

Bài 87. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 60\text{cm}$, $AD = 40\text{cm}$. Trên AB lấy điểm G sao cho $AG = 30\text{cm}$. Trên AD lấy điểm M sao cho $AM = 15\text{cm}$.

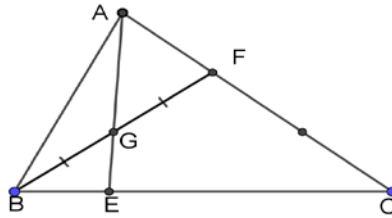
a) Tính diện tích tam giác MGC .

b) DG cắt MC tại K . Tính diện tích MDK .

Bài 88: Trong hình vẽ sau cho tam giác ABC có diện tích bằng 100cm^2 . Trên AC lấy F sao cho $AF = \frac{1}{3}AC$. Lấy G là trung điểm BF . Nối AG cắt BC tại E .

a) Tính diện tích tam giác MGC .

b) Tính tỉ số $\frac{BE}{BC}$.



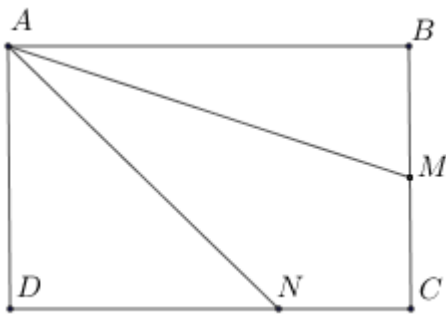
Hình bài 88

Bài 89. Cho tứ giác $ABCD$ như hình vẽ có M, N, P, Q lần lượt nằm trên AB, BC, CD, DA sao cho $MA = MB; NB = NC; PC = PD; QA = QD$.

a) Nếu diện tích tứ giác $ABCD = 90\text{cm}^2$ thì diện tích của tứ giác $MNPA$ bằng bao nhiêu?

b) Nối CM, AP, BQ, DN và tô màu như hình vẽ. Hãy chứng minh rằng diện tích tứ giác tô màu đỏ bằng tổng diện tích 4 tam giác tô xanh.

Bài 90. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB dài 36 cm, cạnh AD dài 18 cm. Gọi M là điểm chính giữa BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho DN gấp 2 lần CN .



a) Tính diện tích tứ giác $AMCN$.

b) Tìm điểm E trên cạnh CD để diện tích tứ giác $AMCN$ bằng một nửa diện tích hình chữ nhật $ABCD$?

Bài 91. Cho tam giác ABC có diện tích là 160 cm^2 . Gọi M, N theo thứ tự là điểm thuộc các cạnh

AB, AC sao cho $AM = \frac{1}{4}AB, AN = \frac{1}{4}AC$

a) Tính diện tích tam giác ABN từ đó suy ra diện tích tam giác AMN .

b) MN có song song với BC không? Tại sao?

Bài 92. Một hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng thêm 3 dm và giảm chiều dài đi 3 dm thì diện tích hình chữ nhật mới tăng thêm 153dm^2 so với hình lúc đầu. Tính diện tích hình chữ nhật lúc đầu?

Bài 93. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi 100 cm ($AB > BC$). Lấy điểm M trên cạnh AB , điểm N trên cạnh CD sao cho $AMND$ là hình vuông còn $BMNC$ là hình chữ nhật có chu vi 60 cm

a) Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$.

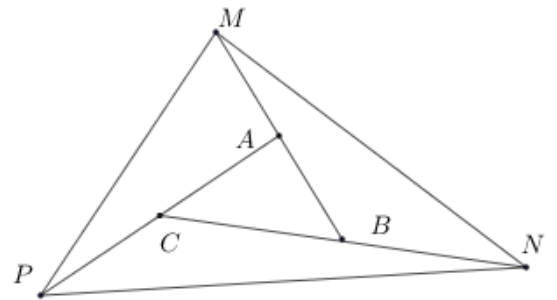
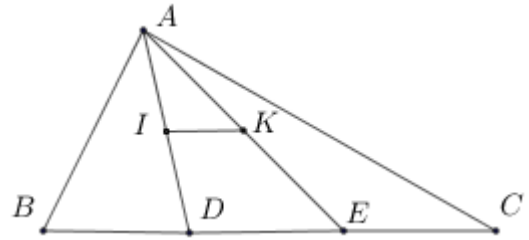
b) Tính diện tích các tam giác DMC

Bài 94. Cho tam giác ABC có M là điểm nằm chính giữa của BC , N là điểm nằm chính giữa AC . Hai đoạn AM và BN cắt nhau tại O .

Biết rằng $BO = \frac{2}{3}BN$. Tính diện tích tam giác

ABC biết diện tích tam giác MON là 20 cm^2

Bài 95. Cho tam giác ABC có diện tích $217,5 \text{ cm}^2$. Trên cạnh AB lấy điểm D , trên cạnh BC lấy điểm E , biết $AD = 8 \text{ cm}$, $BE = \frac{1}{3}BC$ và diện tích tam giác BDE là $14,55 \text{ cm}^2$. Tính độ dài AB .



Bài 96. Cho hình vẽ bên. $BD = DE = EC$, $AI = ID$; $AK = KE$, Diện tích tam giác AIK là 20 cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC .

Bài 97. Cho hình vẽ bên. Biết A là điểm chính giữa BM , B là điểm chính giữa CN , C là điểm chính giữa PA , diện tích tam giác ABC là 97 cm^2 . Tính diện tích tam giác MNP .

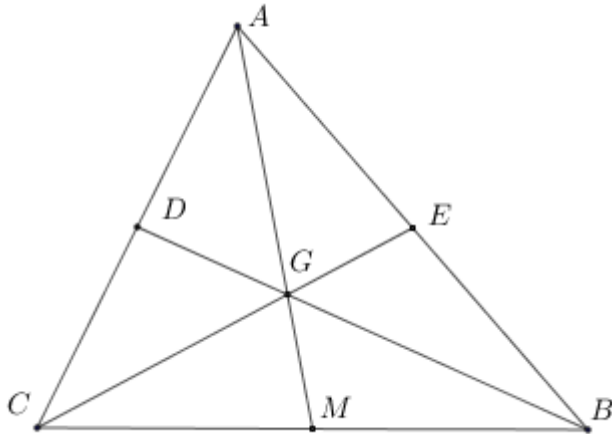
Bài 98. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 420 cm^2 . Điểm N là điểm chính giữa cạnh AC . Trên cạnh AB lấy điểm P sao cho $AP = 3PB$. Đường thẳng BN và CP cắt nhau tại K . Tính diện tích tam giác BKC .

Bài 99. Cho tam giác ABC có điểm N là điểm chính giữa cạnh AC , trong đó có hình thang $BMNE$ như hình vẽ. Nối B với N , nối E với M . Hai đoạn thẳng này gặp nhau ở điểm O .

a. So sánh diện tích hai tam giác OBM và ONE

b. So sánh diện tích hình tam giác EMC với diện tích hình $AEMB$.

Bài 100. Cho tam giác ABC có điểm D là điểm chính giữa cạnh AC , điểm E là điểm chính giữa cạnh AB . Hai đoạn thẳng BD và CE cắt nhau tại G (như hình vẽ)



a. So sánh diện tích

GEB và GCD

hai tam giác

b. So sánh diện tích

GAB, GBC, GCA .

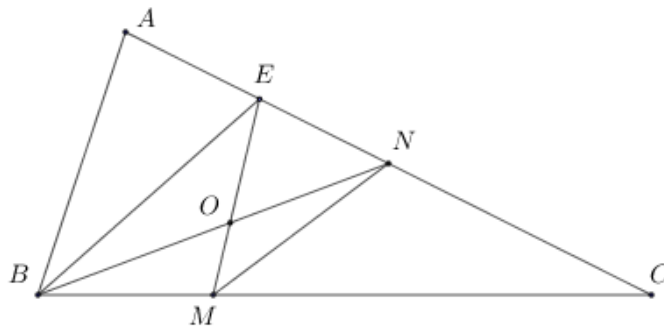
hình tam giác

c. Kéo dài AG cắt

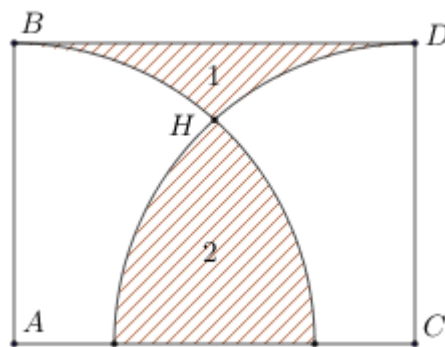
So sánh hai đoạn

MC

BC ở điểm M .
thẳng MB và



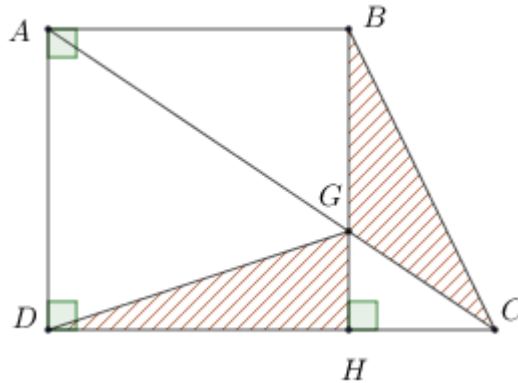
Bài 101. Cho hình vẽ $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 4cm$. Các đường tròn tâm A và tâm D cùng bán kính $r = AB$ cắt cạnh AD tại G và E .



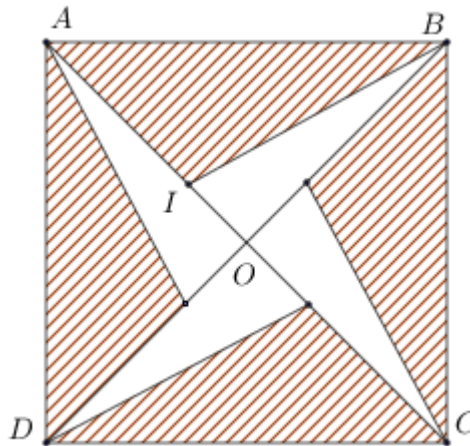
a. So sánh diện tích hình 1 và hình 2 nếu diện tích hình chữ nhật bằng nửa diện tích hình tròn tâm A bán kính r .

b. Tính độ dài đoạn thẳng EG .

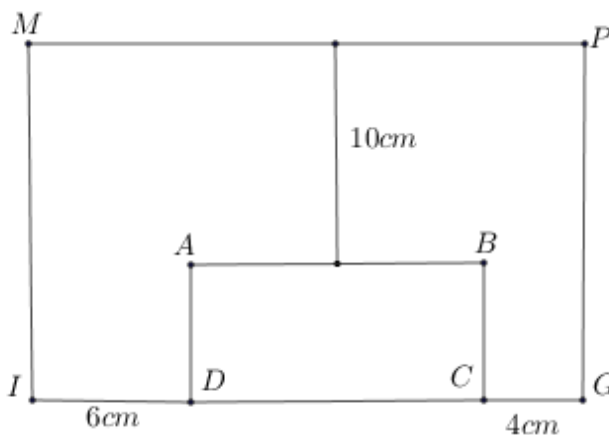
Bài 102. Cho hình thang vuông $ABCD$ có góc A và D vuông. Vẽ đường cao BH . AC cắt BH tại G . Hãy so sánh diện tích tam giác DGH và diện tích tam giác GBC .



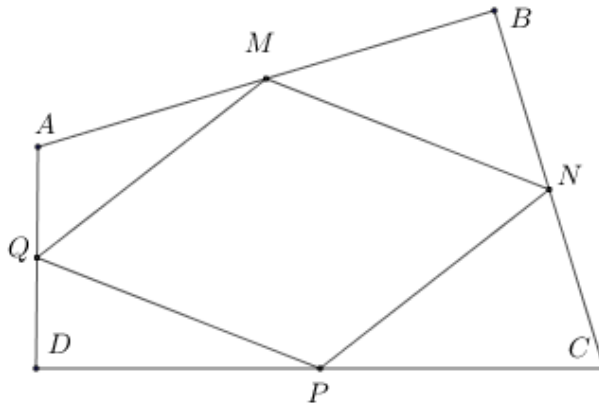
Bài 103. Trên một hình vuông trang trí một hình hoa bốn cánh là bốn tam giác bằng nhau (Hình vẽ). Cho biết hiệu số đo hai cạnh góc vuông OB và OI là 7cm , tổng diện tích phần còn lại của hình vuông (Phần gạch chéo) là 140cm^2 . Tính diện tích hình hoa?



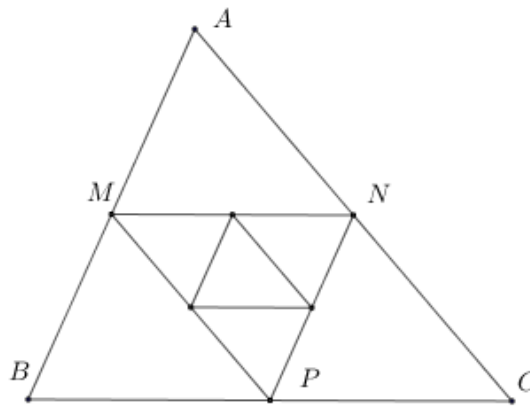
Bài 104. Một sân chơi hình chữ nhật $ABCD$ chu vi 120m . người ta dự kiến mở rộng sân chơi đó theo sơ đồ ở dưới, thành hình chữ nhật $MPGI$ rộng hơn. Tính diện tích phần mới mở thêm?



Bài 105. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm chính giữa của các cạnh AB, BC, CD, DA (Hình vẽ). Hãy so sánh diện tích của tứ giác $MNPQ$ và diện tích của tứ giác $ABCD$.



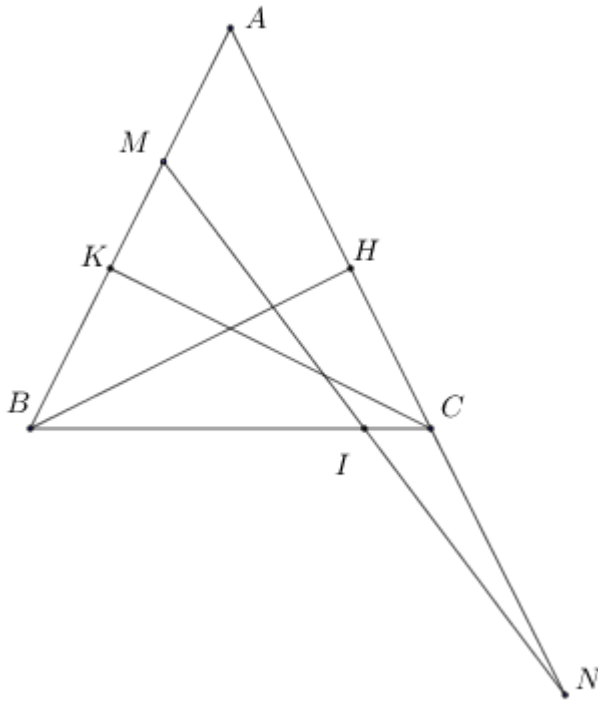
- Bài 106.** Gọi ABC là tam giác thứ nhất. Nối điểm chính giữa các cạnh của tam giác ABC ta được tam giác thứ 2. Nối điểm chính giữa các cạnh của tam giác thứ hai ta được tam giác thứ 3. và cứ tiếp tục vẽ như vậy mãi.



Hỏi:

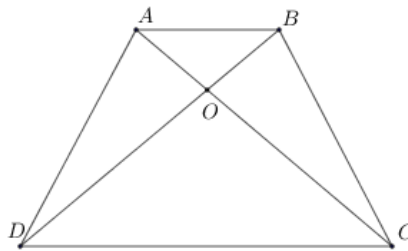
- Có tất cả bao nhiêu tam giác trên hình khi ta vẽ như vậy đến tam giác thứ 10?
 - Biết diện tích của tam giác thứ 3 là 15 cm^2 . Tính diện tích tam giác thứ nhất?
- Bài 107.** Cho tam giác cân ABC cạnh AB bằng cạnh AC . Vẽ đường cao BH và CK . Trên cạnh AB lấy điểm M . Trên AC kéo dài về phía C lấy điểm N sao cho CN bằng BM . Nối M với

N , đoạn MN cắt đáy BC tại I (hình vẽ).



- So sánh độ dài hai đoạn BH và CK ?
- So sánh diện tích tam giác MIC và diện tích tam giác NIC ?
- So sánh độ dài hai đoạn IM và IN ?

Bài 108. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Đoạn thẳng AC cắt đoạn thẳng BD tại O (hình vẽ):



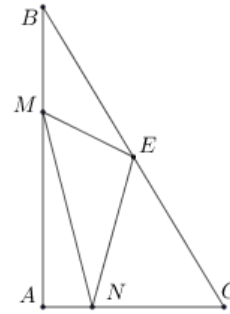
- So sánh diện tích hai hình tam giác DAO và BCO .
- Biết diện tích hình tam giác BAO bằng 1cm^2 và diện tích hình tam giác DCO bằng 4cm^2 . Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Tính tỉ số hai đáy của hình thang $\frac{AB}{CD}$?

Bài 109. Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = \frac{1}{3}AB$. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho E là điểm chính giữa cạnh BC .

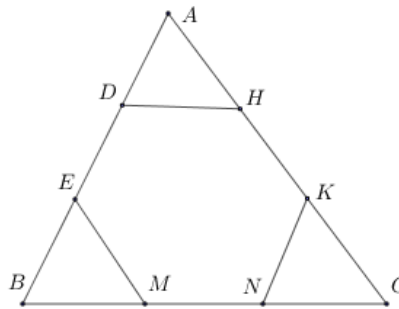
a) Chứng tỏ rằng $S_{MNCB} = \frac{5}{6} S_{ABC}$

b) Chứng tỏ rằng $S_{AMN} = S_{EMB}$

c) Biết $S_{ABC} = 24\text{cm}^2$. Tính S_{EMN}



Bài 110. Cho tam giác ABC . Trên AB lấy D và E sao cho $AD = DE = EB$. Trên AC lấy H và K sao cho $AH = HK = KC$. Trên BC lấy M và N sao cho $BM = MN = NC$. (hình vẽ)



a) So sánh diện tích hình tam giác EBM và ADH .

b) Biết diện tích tam giác ABC bằng 360cm^2 . Tính diện tích hình $DEMKNH$.

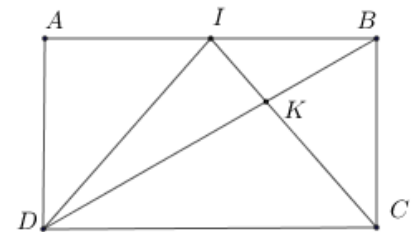
Bài 111. Cho hình chữ nhật $ABCD$. I là điểm chính giữa cạnh AB . Nối D với I , đoạn thẳng DB cắt đoạn IC tại K (hình vẽ).

a) Chứng tỏ rằng $S_{DIB} = \frac{1}{2} S_{DBC}$

b) Kẻ IP vuông góc với DB ; kẻ CQ vuông góc với DB .

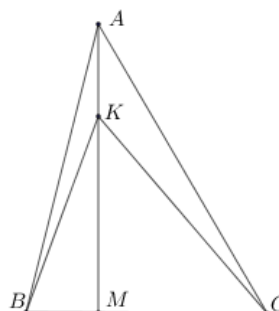
Chứng tỏ rằng $S_{DIC} = 3S_{DIK}$

c) Biết $S_{DIK} = 8\text{cm}^2$. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$



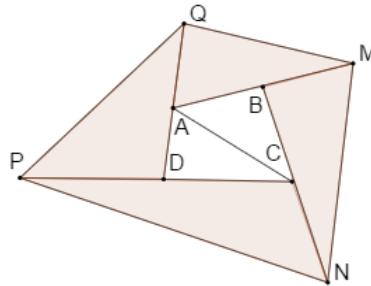
Bài 112. Cho tam giác ABC , M là một điểm trên cạnh AB sao cho $BM = \frac{1}{3} BC$. Nối AM . K là một

điểm trên đoạn thẳng AM sao cho $AK = \frac{1}{4} AM$. Nối BK, CK .



- a) Tính tỉ số diện tích tam giác MKC và tam giác BKC .
- b) Tính tỉ số diện tích tam giác MKC và tam giác AKC .
- c) Kéo dài CK cắt AB tại H . Tính tỉ số $\frac{AH}{BH}$.

Bài 113. Một mảnh vườn hình tứ giác $ABCD$, người ta mở rộng vườn về các phía bằng cách kéo dài cạnh AB (về phía B), cạnh BC (về phía C), cạnh CD (về phía D), cạnh DA (về phía A) và trên các đường kéo dài ấy lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho: $BM = AB$, $CN = CB$, $DP = CD$, $AQ = DA$. Nối C với A , C với M (xem hình).

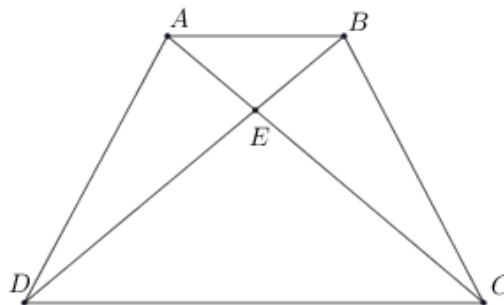


- a) Chứng minh hai tam giác MBC và tam giác ABC có diện tích bằng nhau.
- b) Tính tỉ số diện tích tam giác BMN và tam giác ABC .
- c) Tính diện tích mảnh vườn $MNPQ$ biết diện tích tam giác $ABCD$ là 50 m^2 .

Bài 114. Cho tam giác ABC . D là điểm chính giữa của cạnh BC , E là điểm chính giữa của cạnh CA , AD cắt BE tại G . Hãy chứng tỏ AG gấp đôi GD .

Bài 115. Một hình tam giác ABC có diện tích 2010 m^2 . Trên cạnh AB lấy hai điểm M, N sao cho $AM = MN = NB$. Trên cạnh AC lấy điểm P, Q sao cho $AP = PQ = QC$. Tính diện tích $MNPQ$.

Bài 116. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Biết $AB = 15 \text{ cm}$, $CD = 20 \text{ cm}$, chiều cao hình thang là 14 cm . Hai đường chéo AC và BD cắt nhau ở E .



- a) Tính diện tích hình thang $ABCD$.
 b) Tính diện tích tam giác CED .
 c) Chứng minh hai tam giác AED và BEC có diện tích bằng nhau.

Bài 117. Cho tam giác ABC , điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 2 \times MC$, điểm N trên cạnh CA sao cho $CN = 3 \times NA$. Gọi D là giao điểm của AM và BN . Tính diện tích tam giác ABC nếu biết diện tích tam giác AND bằng 10 cm^2 .

Bài 118. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE = \frac{2}{3} \times AB$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = \frac{1}{3} \times AC$.

- a) Nối D với B . Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABD và ABC .
 b) Nối E với D . Tính diện tích tam giác ABC biết diện tích tam giác AED là 4 cm^2 .
 c) Nối C với E , CE cắt BD tại G . Tính tỉ số độ dài hai đoạn thẳng EG và CG .

Bài 119. Cho tam giác ABC có diện tích 64 cm^2 . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{4} \times AB$.

Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = \frac{1}{4} \times AC$. Nối B với N .

- a) Tính diện tích tam giác BNC .
 b) Tính tỉ số diện tích hai tam giác AMN và tam giác ABC .
 c) Qua A vẽ một đường thẳng cắt MN ở K và cắt BC ở E . Tính tỉ số $\frac{KE}{AK}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHUYÊN ĐỀ: TOÁN HÌNH HỌC

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông ở A , cạnh AB dài 28cm , cạnh AC dài 36cm , điểm M nằm trên cạnh AC và cách A là 9cm . Từ M kẻ đường song song với AB cắt BC tại N . Tính độ dài đoạn MN .

Lời giải

Tam giác ABC và tam giác ABM đều vuông tại A nên ta có:

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{28 \times 36}{2} = 504 (\text{cm}^2)$$

$$S_{MAB} = \frac{AB \times MA}{2} = \frac{28 \times 9}{2} = 126 (\text{cm}^2)$$

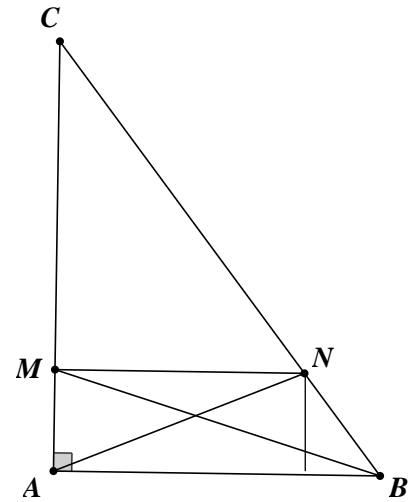
Vì MN song song với AB nên đường cao hạ từ M và N đến AB bằng nhau.

Tam giác MAB và tam giác NAB có cùng cạnh đáy AB và đường cao hạ từ M và N đến AB bằng nhau nên $S_{NAB} = S_{MAB} = 126 \text{cm}^2$.

$$S_{NAC} = S_{ABC} - S_{NAB} = 504 - 126 = 378 (\text{cm}^2)$$

Độ dài đoạn thẳng MN là:

$$MN = \frac{2 \times S_{NAC}}{AC} = \frac{2 \times 378}{36} = 21 (\text{cm})$$



Bài 2. Cho tam giác ABC vuông ở A , cạnh AB dài 40cm , cạnh AC dài 50cm . Trên cạnh AB lấy đoạn AD dài 10cm , từ D kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC tại E . Tìm diện tích tam giác BED .

Lời giải

Ta có

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{40 \times 50}{2} = 1000 (\text{cm}^2)$$

$$S_{DAC} = \frac{AC \times AD}{2} = \frac{50 \times 10}{2} = 250 (\text{cm}^2)$$

Vì DE song song với AC nên đường cao hạ từ D và E đến AC bằng nhau.

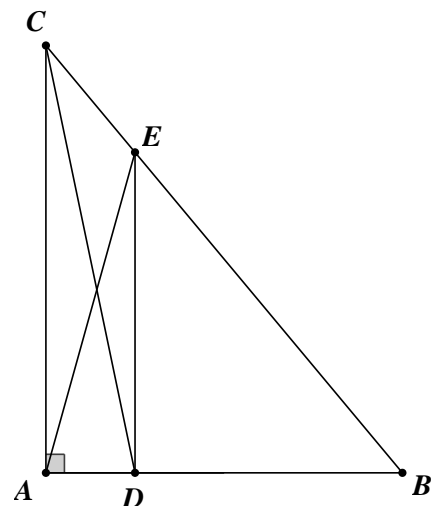
Tam giác DAC và tam giác EAC có cùng cạnh đáy AC và đường cao hạ từ D và E đến AC bằng nhau nên $S_{EAC} = S_{DAC} = 250 \text{cm}^2$.

$$S_{EAB} = S_{ABC} - S_{EAC} = 1000 - 250 = 750 (\text{cm}^2)$$

Vì $AB = 40\text{cm}$, $AD = 10\text{cm}$ nên $AD = \frac{1}{4} AB$

Tam giác AED và tam giác BEA có cùng chiều cao hạ từ E , cạnh đáy $AD = \frac{1}{4} AB$ nên

$$S_{AED} = \frac{1}{4} \times S_{BEA} = \frac{1}{4} \times 750 = 187,5 (\text{cm}^2)$$



$$S_{\Delta BED} = S_{\Delta ABE} - S_{\Delta AED} = 750 - 187,5 = 562,5 (cm^2)$$

Bài 3. Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn AD gấp 3 lần đáy nhỏ BC . Tính diện tích hình thang biết diện tích hình tam giác BCD là $54cm^2$.

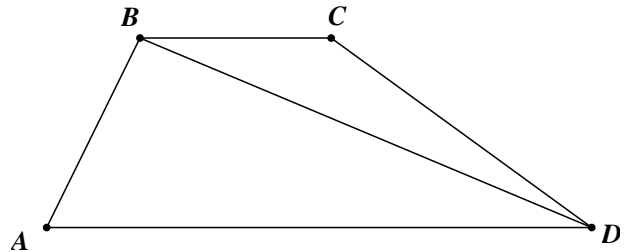
Lời giải

Tam giác BAD và tam giác BCD có hai đường cao lần lượt hạ từ B xuống AD và hạ từ D xuống BC bằng nhau (vì $BC // AD$), cạnh đáy $AD = 3 \times BC$ nên

$$S_{ABD} = 3 \times S_{BCD} = 3 \times 54 = 162 (cm^2)$$

Diện tích hình thang $ABCD$ là:

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABD} + S_{BCD} \\ &= 54 + 162 = 216 (cm^2) \end{aligned}$$



Bài 4. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi $280m$. Vì phải mở rộng đường, người ta đã cắt bớt $\frac{1}{6}$ chiều dài mảnh đất trên. Mảnh đất hình chữ nhật còn lại có chu vi là $248m$. Tìm diện tích mảnh đất hình chữ nhật còn lại.

Lời giải

Nửa chu vi mảnh vườn ban đầu là:

$$280 : 2 = 140 (m)$$

Nửa chu vi hình đất sau khi mở đường là:

$$248 : 2 = 124 (m)$$

Độ dài của mảnh vườn đã bị cắt làm lối đi là:

$$140 - 124 = 16 (m)$$

Chiều dài của mảnh đất còn lại là:

$$16 \times (6 - 1) = 80 (m)$$

Chiều rộng của mảnh đất còn lại là:

$$124 - 80 = 44 (m)$$

Diện tích mảnh đất còn lại là:

$$80 \times 44 = 3520 (m^2)$$

Đáp số: $3520m^2$.

Bài 5. Cho tam giác ABC , lấy điểm N trên BC sao cho $BN = \frac{1}{2}NC$. Điểm M là trung điểm của AB .

Tính diện tích tam giác ABC , biết diện tích tam giác BMN bằng $6cm^2$

Lời giải

Kẻ đường cao MH và CK

Ta có: Tam giác MBN và tam giác MNC

có chung đường cao MH và $BN = \frac{1}{2}NC$

$$\Rightarrow S_{MBN} = \frac{1}{2}S_{MNC}$$

$$S_{MNC} = 2 \times S_{MBN} = 2 \times 6 = 12 (cm^2)$$

$$S_{BMC} = S_{MBN} + S_{MNC} = 6 + 12 = 18 (cm^2)$$

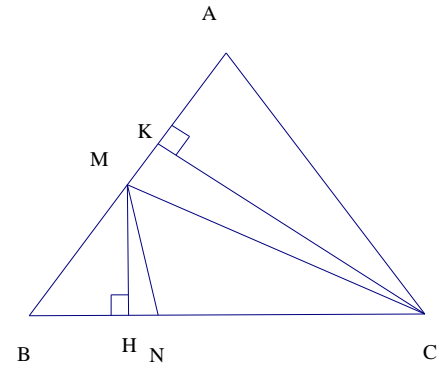
Ta có: Tam giác BMC và tam giác AMC

có chung đường cao CK và $BM = AM$

$$S_{BMC} = S_{AMC} = 18 (cm^2)$$

$$S_{ABC} = S_{BMC} + S_{AMC} = 18 + 18 = 36 (cm^2)$$

Đáp số: $36 cm^2$.



Bài 6. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có DC dài $6cm$, BC dài $4cm$. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AB , MC cắt BD ở O (như hình vẽ bên)

a, So sánh diện tích tam giác MOD và BOC

b, Hãy xác định độ dài đoạn thẳng AM để diện tích hình thang $MBCD$ bằng $20cm^2$

Lời giải

a, Kẻ đường cao MH

Ta có: Tam giác MDC và tam giác BDC có hai đường cao MH , BC bằng nhau và có cùng cạnh đáy

$$DC \text{ nên } S_{MDC} = S_{BDC}$$

$$\text{mà } S_{MOD} = S_{MDC} - S_{DOC} \text{ và } S_{BOC} = S_{BDC} - S_{DOC}$$

$$\text{Do đó } S_{MOD} = S_{BOC}$$

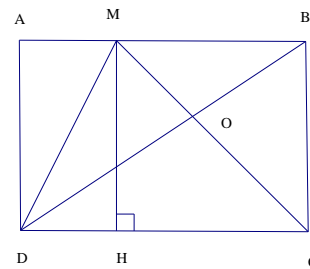
$$\text{b, Ta có: } S_{ABCD} = DC \cdot BC = 6 \times 4 = 24 (cm^2)$$

$$S_{\Delta ADM} = S_{ABCD} - S_{MBCD} = 24 - 20 = 4 (cm^2)$$

Có $AD = BC = 4 cm$ do $ABCD$ là hình chữ nhật

$$\text{nên } AM = \frac{2 \times S_{\Delta ADM}}{AD} = \frac{2 \times 4}{4} = 2 (cm^2)$$

Đáp số: $2cm$.



Bài 7. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $98m$. Tính diện tích mảnh đất đó biết rằng nếu ta thêm vào chiều rộng $3,5m$ và bớt chiều dài đi $3,5m$ thì mảnh đất đó trở thành hình vuông.

Lời giải

Nửa chu vi mảnh đất hình chữ nhật là:

$$98 : 2 = 49 (m)$$

Theo đề bài ta có nếu ta thêm vào chiều rộng $3,5m$ và bớt chiều dài đi $3,5m$ thì mảnh đất đó trở thành hình vuông do đó hiệu độ dài hai cạnh mảnh đất hình chữ nhật là:

$$3,5 + 3,5 = 7 (m)$$

Chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là:

$$(49 + 7) : 2 = 28 (m)$$

Chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là:

$$49 - 28 = 21 (m)$$

Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là:

$$28 \times 21 = 588 (m^2)$$

Đáp số: $588 m^2$.

Bài 8.

Trên cạnh BC của tam giác ABC lấy điểm D sao cho BD gấp 3 lần CD , vẽ chiều cao BH của tam giác ABD và chiều cao CK của tam giác ACD . So sánh BH và CK

Lời giải

Kẻ đường cao AN

Ta có: Tam giác ABD và tam giác ADC có chung đường cao AN và $BD = 3DC$

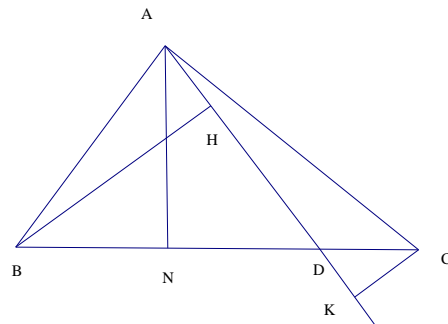
$$\Rightarrow S_{ABD} = 3 \times S_{ADC}$$

Mặt khác:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \times BH \times AD$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \times CK \times AD$$

Do đó: $BH = 3 \times CK$

**Bài 9.**

Tính diện tích của một hình chữ nhật biết rằng nếu tăng chiều rộng để bằng chiều dài thì diện tích tăng thêm $48 m^2$. Nếu giảm chiều dài cho bằng chiều rộng thì diện tích hình chữ nhật giảm $32 m^2$.

Lời giải

Diện tích hình vuông 1 là:

$$48 - 32 = 16 \text{ (m}^2\text{)}$$

Vì $16 = 4 \times 4$ nên cạnh của hình vuông 1 là

$$4 \text{ m}$$

Chiều rộng của hình chữ nhật là:

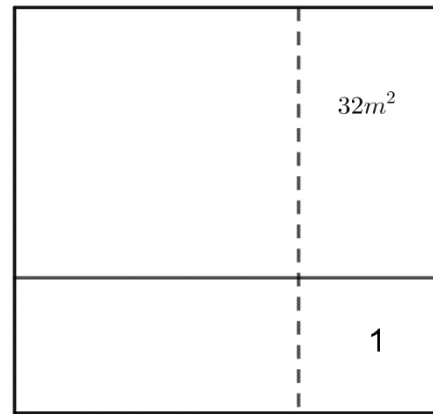
$$32 : 4 = 8 \text{ (m)}$$

Chiều dài của hình chữ nhật là:

$$48 : 4 = 12 \text{ (m)}$$

Diện tích của hình chữ nhật là:

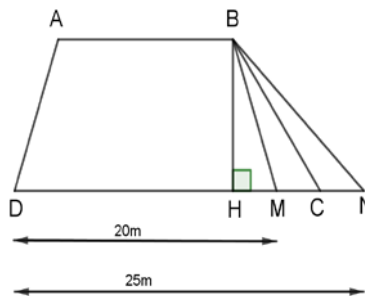
$$12 \times 8 = 96 \text{ (m}^2\text{)}$$



Hình bài 9

Bài 10. Đứng trên một thửa ruộng hình thang, bạn Tí nói: “Đố hai bạn biết đáy lớn của thửa ruộng hình thang dài bao nhiêu mét?” Bạn Sửu ước lượng đáy lớn dài 20 mét, còn bạn Dần ước lượng đáy lớn dài 25 mét. Bạn Tí nói rằng: “Cả hai bạn sai”. Nếu ước lượng như bạn Sửu thì diện tích hệt 30 mét vuông còn nếu ước lượng như bạn Dần thì diện tích tăng thêm 45 mét vuông. Em hãy tính chiều dài đáy lớn của thửa ruộng hình thang đó.

Lời giải



Hình bài 10

Giả sử thửa ruộng hình thang là $ABCD$ có đáy lớn CD

$DM = 20 \text{ m}$ là đáy lớn ước lượng của bạn Sửu

$DN = 25 \text{ m}$ là đáy lớn ước lượng của bạn Dần

Vì ước lượng như bạn Sửu thì diện tích hệt 30 mét vuông còn nếu ước lượng như bạn Dần thì diện tích tăng thêm 45 mét vuông nên ta có:

$$S_{BMC} = 30 \text{ m}^2 ; S_{BNC} = 45 \text{ m}^2$$

$$\text{Do đó: } S_{BMN} = S_{BMC} + S_{BNC} = 30 + 45 = 75 \text{ (m}^2\text{)}$$

Độ dài đường cao:

$$BH = 2 \times S_{BMN} : MN = 2 \times 75 : 5 = 30 (m)$$

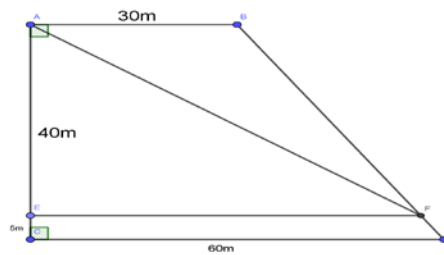
Độ dài cạnh đáy:

$$MC = 2 \times S_{BMC} : BH = 2 \times 30 : 30 = 2 (m)$$

Độ dài cạnh đáy: $DC = DM + MC = 20 + 2 = 22 (m)$

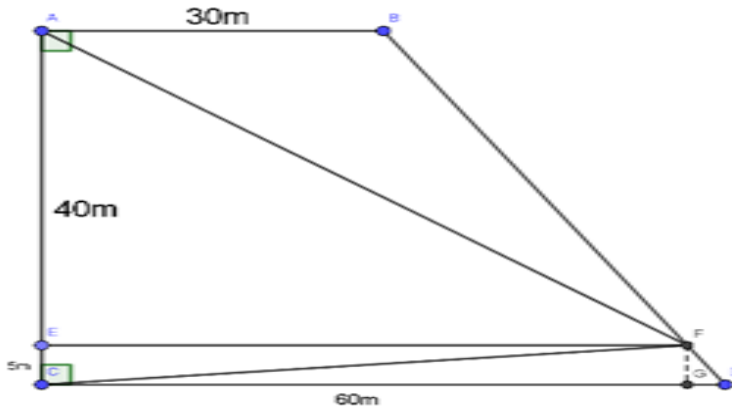
Vậy độ dài đáy lớn của thửa ruộng hình thang đó là $22 m$.

- Bài 11.** Một thửa ruộng hình thang vuông có đáy nhỏ $AB = 30 m$, đáy lớn $CD = 60 m$ và chiều cao $AD = 45 m$. Người ta chia thửa ruộng ra thành hai mảnh hình thang có chiều cao là $40 m$ và $5 m$ như hình vẽ. Tính diện tích của mỗi mảnh.



Hình bài 11 (hình 1)

Giải



Hình bài 11 (hình 2)

Diện tích của thửa ruộng hình thang vuông $ABCD$ là:

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \times AD}{2} = \frac{(30 + 60) \times 45}{2} = 2025 (m^2)$$

Diện tích tam giác ABF là:

$$S_{ABF} = \frac{1}{2} \times 30 \times 40 = 600 (m^2)$$

Diện tích tam giác CDF là:

$$S_{CDF} = \frac{1}{2} \times 60 \times 5 = 150 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích tam giác ADF là:

$$S_{ADF} = S_{ABCD} - (S_{ABF} + S_{CDF}) = 2025 - (600 + 150) = 1275 \text{ (m}^2\text{)}$$

Ta có: $\frac{S_{AEF}}{S_{ADF}} = \frac{AE}{AD}$ (hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh F)

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ADF}} = \frac{40}{45} = \frac{8}{9}$$

$$\text{Suy ra: } S_{AEF} = \frac{8}{9} \times S_{ADF} = \frac{8}{9} \times 1275 = \frac{3400}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

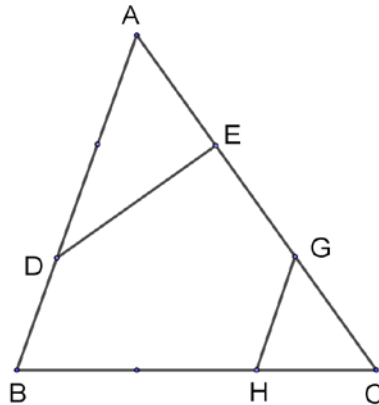
Diện tích phần hình thang $ABFE$ là:

$$S_{ABFE} = S_{ABF} + S_{AEF} = 600 + \frac{3400}{3} = \frac{5200}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích phần hình thang } DCFE \text{ là: } S_{DCFE} = S_{ABCD} - S_{ABFE} = 2025 - \frac{5200}{3} = \frac{875}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

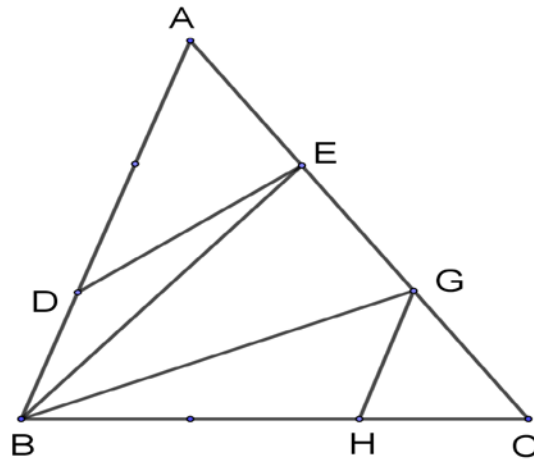
Bài 12. Cho hình tam giác ABC và các điểm D, E, G, H sao cho $BD = \frac{1}{3}AB$; $AE = CG = \frac{1}{3}AC$;

$CH = \frac{1}{3}BC$. Tính diện tích hình $BDEGH$. Biết diện tích tam giác ABC là 180 cm^2 .



Bài 12 (hình 1)

Giải



Bài 12 (hình 2)

Ta có:

$$S_{ADE} = \frac{2}{3} \times S_{ABE} \text{ (do hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh } E, \text{ đáy } AD = \frac{2}{3} AB)$$

$$S_{ABE} = \frac{1}{3} \times S_{ABC} \text{ (do hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh } B, \text{ đáy } AE = \frac{1}{3} AC)$$

$$\text{Nên } S_{ADE} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times S_{ABC} = \frac{2}{9} \times 180 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{CGH} = \frac{1}{3} \times S_{CGB} \text{ (do hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh } G, \text{ đáy } CH = \frac{1}{3} CB)$$

$$S_{CGB} = \frac{1}{3} \times S_{ABC} \text{ (do hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh } B, \text{ đáy } CG = \frac{1}{3} AC)$$

$$\text{Nên } S_{CGH} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times S_{ABC} = \frac{1}{9} \times 180 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình $BDEGH$ là:

$$S_{BDEGH} = S_{ABC} - (S_{ADE} + S_{CGH}) = 180 - (40 + 20) = 120 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài 13. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AM bằng $\frac{1}{3}$ AB. Trên cạnh AC lấy

điểm N sao cho AN bằng $\frac{1}{3}$ AC. Nối B với N, nối C với M; BN cắt CM tại I.

- So sánh diện tích tam giác ABN với diện tích tam giác ACM.
- So sánh diện tích tam giác BMI với diện tích CNI.
- Tính diện tích tam giác ABC, biết diện tích tứ giác AMIN bằng 90cm^2 .

Lời giải

$$\frac{S_{ACM}}{S_{ACB}} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \text{ (chung chiều cao hạ từ } C)$$

$$\frac{S_{ABN}}{S_{ABC}} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \text{ (chung chiều cao hạ từ B)}$$

Vậy $S_{ACM} = S_{ABN}$

$$S_{ABC} = S_{ABN} + S_{BNC}$$

$$S_{ABC} = S_{ACM} + S_{BMC}$$

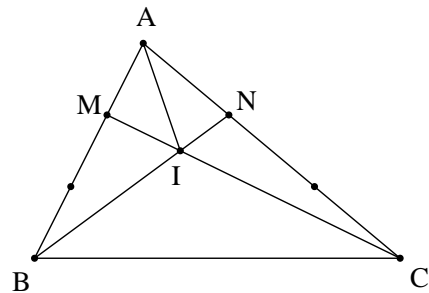
mà $S_{ACM} = S_{ABN}$, nên $S_{BMC} = S_{BNC}$

Mặt khác:

$$S_{BNC} = S_{BIC} + S_{INC}$$

$$S_{BMC} = S_{BIC} + S_{BMI}$$

mà $S_{BMC} = S_{BNC}$ nên $S_{BMI} = S_{CNI}$



Nối A với I

$$\frac{S_{ANI}}{S_{NIC}} = \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2} \text{ (chung chiều cao hạ từ I)}$$

$$\frac{S_{AMI}}{S_{MIB}} = \frac{AM}{MB} = \frac{1}{2} \text{ (chung chiều cao hạ từ I)}$$

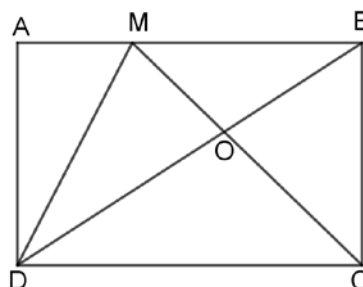
Mà $S_{BMI} = S_{CNI}$, nên $S_{ANI} = S_{AMI} = 90 : 2 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$

$$S_{NIC} = 2 \times S_{ANI} = 2 \times 45 = 90 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{AMC} = 90 + 90 = 180 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy: $\frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$ nên $S_{ABC} = 90 \times 3 = 270 \text{ (cm}^2\text{)}$

Bài 14. Cho hình chữ nhật ABCD có DC dài 6cm, BC dài 4cm. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AB, nối M với C, M với D. MC cắt BD tại O (như hình vẽ bên).



a) So sánh diện tích tam giác MOD và BOC.

b) Hãy các định độ dài đoạn thẳng AM để diện tích hình thang MBCD bằng 20cm^2 .

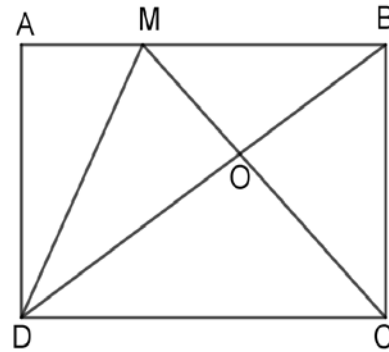
Lời giải

$S_{DMC} = S_{DBC}$ (Chung đáy DC và chiều cao của hai tam giác lần lượt hạ từ M, B bằng nhau)

$$S_{DMC} = S_{DMO} + S_{DOC}$$

$$S_{DBC} = S_{BOC} + S_{DOC}$$

Nên $S_{DMO} = S_{BOC}$



b) Tổng độ dài cạnh MB và CD là:

$$20 \times 2 : 4 = 10 \text{ (cm)}$$

Độ dài cạnh MB là:

$$10 - 6 = 4 \text{ (cm)}$$

Độ dài cạnh AM là:

$$6 - 4 = 2 \text{ (cm)}$$

Đáp số: a) $S_{DMO} = S_{BOC}$

c) 2cm

Cách 2:

b) Diện tích hình chữ nhật ABCD là:

$$6 \times 4 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tam giác AMD là:

$$24 - 20 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Độ dài cạnh AM là:

$$4 \times 2 : 4 = 2 \text{ (cm)}$$

Bài 15. Tam giác ABC có diện tích 559cm^2 , cạnh đáy BC có độ dài là 43cm. Hỏi nếu kéo dài cạnh BC thêm 7cm thì được một tam giác mới, có diện tích hơn diện tích tam giác ABC là bao nhiêu?

Lời giải

Chiều cao của ứng với đáy BC là:

$$559 \times 2 : 43 = 26 \text{ (cm)}$$

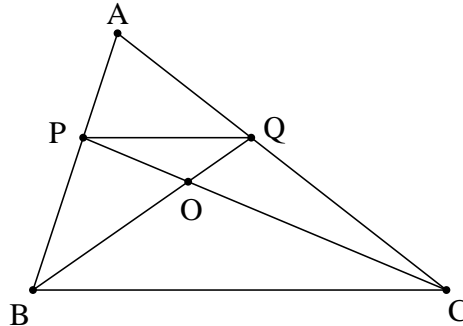
Tam giác mới và tam giác ABC có chung chiều cao hạ từ A.

Diện tích tam giác mới hơn diện tích tam giác ABC là:

$$7 \times 26 : 2 = 91 (\text{cm}^2)$$

Đáp số: 91cm^2

Bài 16. Cho hình vẽ sau: Biết BPQC là hình thang.



- So sánh diện tích tam giác BOP và diện tích tam giác COQ.
- Tính diện tích hình thang BPQC biết AP bằng $\frac{1}{3}$ AB và diện tích tam giác ABC bằng 45cm^2 .

Lời giải

$$S_{BPC} = S_{BQC} \text{ (chung đáy BC và có chiều cao bằng nhau)}$$

$$S_{BPC} = S_{BPO} + S_{BOC}$$

$$S_{BQC} = S_{COQ} + S_{BOC}$$

$$\text{Nên } S_{BPO} = S_{COQ}$$

$$\frac{S_{BPC}}{S_{BAC}} = \frac{BP}{BA} = \frac{2}{3} \text{ (chung chiều cao hạ từ C)}$$

$$\text{Nên } S_{BPC} = 45 \times \frac{2}{3} = 30 (\text{cm}^2)$$

$$\text{Mà } S_{BPC} = S_{BQC} \text{ nên } S_{BQC} = 30 (\text{cm}^2)$$

$$\frac{S_{BQC}}{S_{BAC}} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}, \text{ mà } \frac{S_{BQC}}{S_{BAC}} = \frac{CQ}{CA} \text{ (chung chiều cao hạ từ B)}$$

$$\text{Nên } \frac{CQ}{CA} = \frac{2}{3} \text{ hay } \frac{AQ}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = \frac{AP}{AB} \times \frac{AQ}{AC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

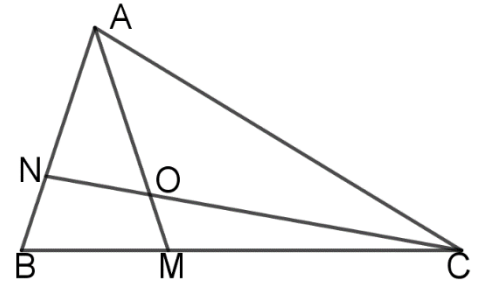
$$S_{PQC} = \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times S_{ABC} = \frac{8}{9} \times S_{ABC} = \frac{8}{9} \times 45 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 21. Trong hình vẽ bên có:

$$NA = 2NB;$$

$$MC = 2MB \text{ và diện tích tam giác } AON \text{ là } 8\text{cm}^2$$

Tính diện tích hình tứ giác $BNOM$



Hình bài 21

Lời giải

$$S_{BAM} = \frac{1}{3} S_{BAC} \text{ (chung đường cao hạ từ } A \text{ xuống } BC \text{ , đáy } BM = \frac{1}{3} BC \text{)}$$

$$S_{BCN} = \frac{1}{3} S_{BCA} \text{ (chung đường cao hạ từ } C \text{ xuống } AB \text{ , đáy } BN = \frac{1}{3} BA \text{)}$$

Suy ra, $S_{BAM} = S_{BCN}$

$$S_{AON} + S_{BNOM} = S_{COM} + S_{BNOM}$$

Vậy, $S_{COM} = S_{AON} = 8\text{cm}^2$

Nối BO , ta có:

$$\text{Mà } S_{BON} = \frac{1}{2} S_{AON} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}^2) \text{ (chung đường cao hạ từ } O \text{ , đáy } NA = 2NB \text{)}$$

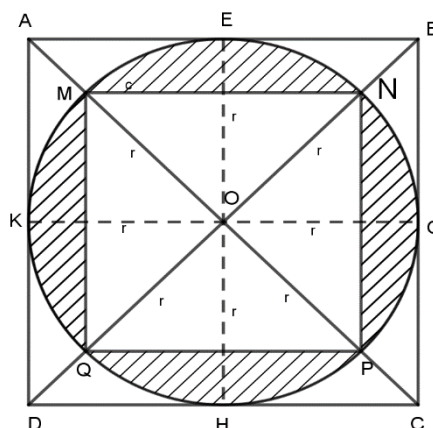
$$S_{BOM} = \frac{1}{2} S_{COM} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}^2) \text{ (chung đường cao hạ từ } O \text{ , đáy } MC = 2BM \text{)}$$

$$S_{BNOM} = S_{BON} + S_{BOM} = 4 + 4 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số : $8 \text{ (cm}^2\text{)}$

Bài 22. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $MNPQ$ như trong hình vẽ. Biết $BD = 12\text{cm}$.

Hãy tính diện tích phần gạch chéo.



Lời giải

$ABCD$ là hình vuông nên $AC = BD = 12$ (cm)

suy ra $AO = OC = OB = OD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ (cm)

$$S_{AOD} = \frac{1}{2}OA \times OD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Mà } S_{ABCD} = 4S_{AOD} = 4 \times 18 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{EOKA} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{1}{4} \times 72 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Gọi r là bán kính của hình tròn, thì r chính là cạnh của hình vuông $EOKA$

Diện tích hình tròn tâm $(O;r)$ là :

$$r \times r \times 3,14 = 18 \times 3,14 = 56,52 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích tam giác OMN là :

$$\frac{1}{2} \times OM \times ON = \frac{1}{2} \times r \times r = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình vuông $MNPQ$ là :

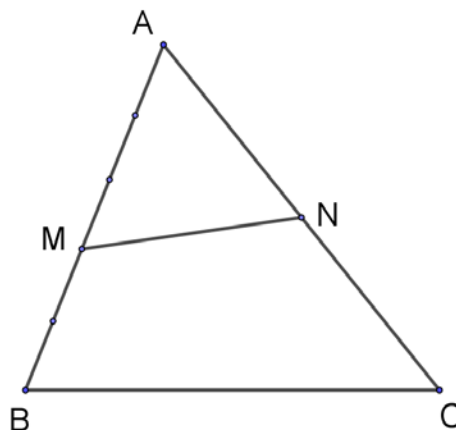
$$9 \times 4 = 36 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ (do diện tích } MNPQ \text{ gấp 4 lần diện tích tam giác } OMN\text{)}$$

Diện tích phần gạch chéo là:

$$56,52 - 36 = 20,52 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số : $20,52 \text{ (cm}^2\text{)}$

- Bài 23.** Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AM gấp rưỡi MB ; trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AN bằng một nửa AC . Biết diện tích tam giác AMN là 72cm^2 . Tính diện tích tứ giác $BMNC$



Hình bài 23

Lời giải

Vì AM gấp rưỡi AB nên AM chiếm 3 phần và MA chiếm 2 phần như thế

$$S_{MNB} = \frac{2}{3}S_{ANB} = \frac{2}{3} \times 72 = 48 (cm^2)$$

(vì $\triangle MNB$ và $\triangle AMN$ có chung đường cao hạ từ N xuống AB , đáy $MB = \frac{2}{3}MA$)

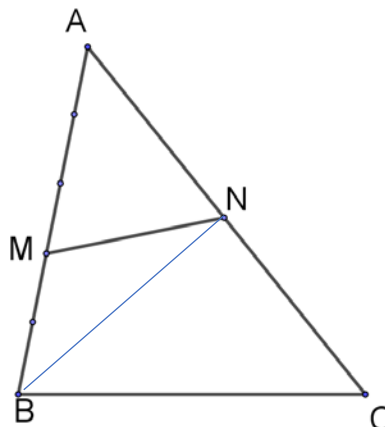
$$S_{ABN} = S_{AMN} + S_{MNB} = 72 + 48 = 120 (cm^2)$$

$$S_{ABN} = S_{NBC} = 120 (cm^2) \text{ (chung đường cao hạ từ } B \text{ và đáy } AN = NC)$$

$$S_{BMNC} = S_{BMN} + S_{BNC} = 48 + 120 = 168 (cm^2)$$

Đáp số : 168 (cm²)

Bài 24. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AM gấp rưỡi MB ; trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AN bằng một nửa AC . Biết diện tích tam giác AMN là $36cm^2$. Tính diện tích tứ giác $BMNC$



Hình bài 24

Vì AM gấp rưỡi AB nên AM chiếm 3 phần và MA chiếm 2 phần như thế

$$S_{MNB} = \frac{2}{3}S_{AMN} = \frac{2}{3} \times 36 = 24 (cm^2)$$

(vì chung đường cao hạ từ N xuống AB , đáy $MB = \frac{2}{3}MA$)

$$S_{ABN} = S_{AMN} + S_{MNB} = 36 + 24 = 60 (cm^2)$$

$$S_{ABN} = S_{NBC} = 60 (cm^2) \text{ (vì chung đường cao hạ từ } B \text{ và đáy } AN = NC)$$

Diện tích tứ giác $BMNC$ là:

$$S_{BMNC} = S_{BMN} + S_{BNC} = 24 + 60 = 84 (cm^2)$$

Đáp số : 84 (cm²)

Bài 25. Cho hình tam giác ABC . Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = \frac{1}{5}BC$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = \frac{3}{4}AC$. Nối D với E , trên cạnh DE lấy trung điểm G . Biết diện tích tam giác AEG là $12cm^2$. Tính:

a/ Diện tích tam giác ABC .

b/ Tỷ số phần trăm của diện tích hình tam giác ADE và diện tích hình tam giác ABC .

Lời giải

Ta có: $S_{AEG} = S_{ADG} = 12cm^2$ (vì tam giác

AEG và tam giác ADG có hai đáy $DG = EG$ (Do G là trung điểm của DE) có chung đường cao hạ từ đỉnh A xuống cạnh đáy).

Suy ra: $S_{ADE} = S_{AEG} + S_{ADG} = 12 + 12 = 24cm^2$.

Ta lại có: $S_{DAE} = \frac{3}{4}S_{DAC}$ (vì tam giác DAE và

tam giác DAC có cạnh đáy $AE = \frac{3}{4}AC$, có chung đường cao hạ từ đỉnh D xuống cạnh đáy).

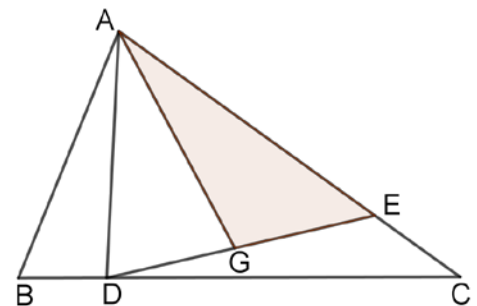
Do đó: $S_{DAC} = \frac{4}{3} \times S_{DAE} = \frac{4}{3} \times 24 = 32(cm^2)$.

Tương tự ta có: $S_{ADC} = \frac{4}{5}S_{ABC}$ vì tam giác ADC và tam giác ABC có cạnh đáy $DC = \frac{4}{5}BC$, có chung đường cao hạ từ đỉnh A xuống cạnh đáy.

Suy ra: $S_{ABC} = \frac{5}{4}.S_{ADC} = \frac{5}{4}.32 = 40 (cm^2)$

b/ Tỷ số phần trăm của diện tích hình tam giác ADE và diện tích hình tam giác ABC là:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}.100\% = \frac{24}{40}.100\% = 60\%.$$



Hình bài 25

Bài 26. Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ AB bằng $10,8cm$; đáy lớn CD bằng $27cm$. Nối A với C . Tính diện tích tam giác ADC biết diện tích tam giác ABC là $54cm^2$.

Lời giải

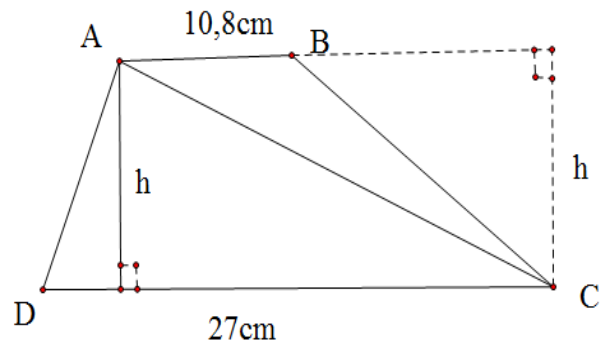
Tam giác ADC và tam giác ABC có hai đường cao lần lượt hạ từ A xuống CD và hạ từ C xuống AB bằng nhau, gọi độ dài đường cao đó là h .

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot h$$

$$\text{nên } h = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{AB} = \frac{2 \cdot 54}{10,8} = 10(\text{cm}).$$

Suy ra:

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} CD \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 27 \cdot 10 = 135(\text{cm}^2).$$



Bài 27. Tam giác ABC có diện tích là 90cm^2 , D là điểm chính giữa AB . Trên AC lấy điểm E sao cho AE gấp đôi EC . Tính diện tích AED .

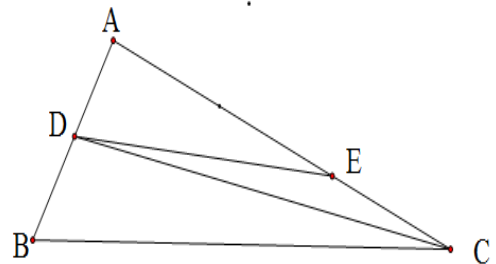
Lời giải

Tam giác ADC và tam giác ABC có chung đường cao hạ từ C xuống cạnh đáy và hai đáy $AD = \frac{1}{2} AB$ (Vì D là trung điểm của AB) nên

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \times S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 90 = 45(\text{cm}^2).$$

Mặt khác: Tam giác DAE và tam giác DAC có chung đường cao hạ từ D xuống cạnh đáy và hai đáy $AE = \frac{2}{3} AC$ (Vì $AE = 2EC$).

$$\text{Suy ra: } S_{AED} = \frac{2}{3} \times S_{ADC} = \frac{2}{3} \times 45 = 30(\text{cm}^2)$$



Bài 28. Trên một thửa đất hình chữ nhật người ta đào một cái ao hình vuông. Chiều rộng thửa đất hơn cạnh ao 30m , chiều dài thửa đất hơn cạnh ao 48m . Diện tích đất còn lại là 2376m^2 . Tính diện tích thửa đất hình chữ nhật ban đầu.

Lời giải

Cách 1:

Gọi cạnh của hình vuông (cái ao) có độ dài là

a ($a > 0$).

Ta có: Diện tích $S1 = 48 \times a$

$$S2 = 48 \times 30 = 1440(m^2)$$

$$S3 = 30 \times a$$

Diện tích đất còn lại là:

$$S1 + S2 + S3 = 2376(m^2)$$

Suy ra:

$$48 \times a + 1440 + 30 \times a = 2376$$

$$78 \times a = 936$$

$$a = 12(m)$$

Diện tích thửa đất hình chữ nhật ban đầu là:

$$S = (48 + 12) \times (30 + 12) = 2520(m^2).$$

Cách 2:

Gọi cạnh của hình vuông (cái áo) có độ dài là a ($a > 0$).

Diện tích $S2$ là: $S2 = 48 \times 30 = 1440(m^2)$

Diện tích đất còn lại là:

$$S1 + S2 + S3 = 2376(m^2)$$

$$S1 + S3 = 2376 - 1440 = 936(m^2)$$

Tỷ số diện tích $S1$ và diện tích $S3$ là: $\frac{S1}{S3} = \frac{48 \times a}{30 \times a} = \frac{8}{5}$.

Ta có sơ đồ:

Diện tích $S1$ 

Diện tích $S3$ 

Diện tích $S1$ là: $936 : (8 + 5) \times 8 = 576(m^2)$.

Độ dài cạnh hình vuông là: $a = 576 : 48 = 12(m)$.

Diện tích thửa đất hình chữ nhật ban đầu là:

$$S = (48 + 12) \times (30 + 12) = 2520(m^2).$$

Bài 29. Cho tam giác ABC có diện tích $141,3 cm^2$. Trên AB lấy điểm M sao cho AM bằng $\frac{1}{3}$ cạnh

AB , trên AC lấy điểm N sao cho AN bằng $\frac{1}{3}$ cạnh AC . Tính diện tích tứ giác $MNCB$.

Lời giải

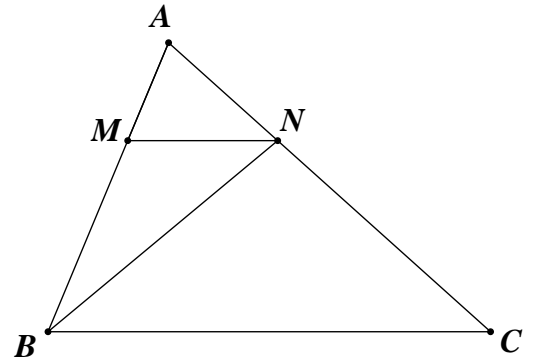
Tam giác ABN và tam giác ABC có chung chiều

cao từ B , đáy $AN = \frac{1}{3} \times AC$ nên

$$S_{ABN} = \frac{1}{3} \times S_{ABC}.$$

$\triangle AMN$ và $\triangle ABN$ có chung chiều cao từ N ,

đáy $AM = \frac{1}{3} \times AB$ nên $S_{AMN} = \frac{1}{3} \times S_{ABN}$.



Vậy

$$S_{AMN} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} S_{ABC} = \frac{1}{9} \times S_{ABC}$$

$$= \frac{1}{9} \times 141,3 = 15,7 (cm^2)$$

$$S_{MNCB} = S_{ABC} - S_{AMN} = 141,3 - 15,7 = 125,6 (cm^2)$$

Bài 30. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông góc tại A và D ; $AB = \frac{1}{3}CD$. Kéo dài DA và CB cắt nhau tại M (như hình vẽ).

- So sánh diện tích hai tam giác ABC và ADC .
- So sánh diện tích hai tam giác ABM và ACM .
- Biết diện tích hình thang $ABCD$ bằng $64cm^2$. Tính diện tích tam giác MBA .

Lời giải

a) $\triangle ABC$ và $\triangle ADC$ có chung chiều cao bằng nhau, đáy $AB = \frac{1}{3} \times DC$ nên $S_{ABC} = \frac{1}{3} \times S_{ADC}$.

b) $\triangle ABM$ và $\triangle ACM$ có chung đáy AM , chiều cao $AB = \frac{1}{3} \times DC$ nên $S_{ABM} = \frac{1}{3} \times S_{ACM}$.

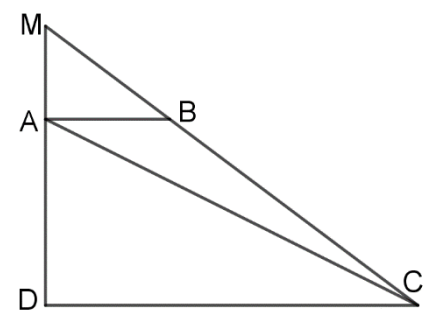
c) $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = 64cm^2$ mà

$$S_{ABC} = \frac{1}{3} \times S_{ADC}$$

Diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = 64 : (1 + 3) \times 1 = 16 (cm^2)$$

$S_{ABM} = \frac{1}{3} \times S_{ACM}$ mà $S_{ACM} = S_{ABM} + S_{ABC}$ nên



Hình bài 30

$$S_{AMB} = \frac{1}{2} \times S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8 (cm^2).$$

Bài 31. Vườn trường hình tam giác ABC vuông ở A . Cạnh AB dài $40m$, cạnh AC dài $30m$ còn cạnh BC dài $50m$. Nhà trường dành một mảnh vườn hình thang $MNBC$ có đáy lớn là BC và chiều cao $12m$ để ươm cây. Tính diện tích phần đất còn lại.

Lời giải

Diện tích tam giác ABC là:

$$\frac{40 \times 30}{2} = 600 (m^2)$$

Diện tích tam giác BMC là:

$$\frac{12 \times 50}{2} = 300 (m^2)$$

Diện tích tam giác AMC là:

$$600 - 300 = 300 (m^2)$$

$\triangle AMC$ có chiều cao $AC = 30m$ nên đáy AM

dài là:

$$300 \times 2 : 30 = 20 (m)$$

$\triangle BMC$ và $\triangle BNC$ có chung đáy BC và có chiều cao bằng nhau nên $S_{BMC} = S_{BNC} = 300m^2$.

Diện tích tam giác ABN là:

$$600 - 300 = 300 (m^2)$$

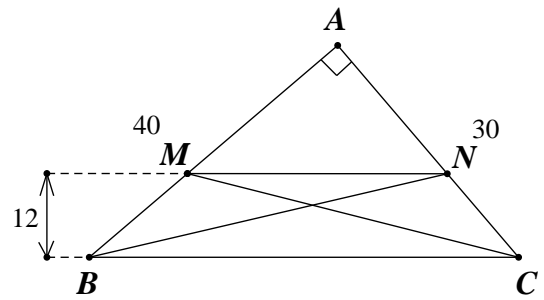
$\triangle ABN$ có chiều cao $AB = 40m$ nên đáy AN

dài là:

$$300 \times 2 : 40 = 15 (m)$$

Diện tích tam giác AMN là:

$$\frac{20 \times 15}{2} = 150 (m^2)$$



Bài 32. Trong hình vẽ bên, $ABCD$ và $MNDP$ là hai hình vuông. Biết $AB = 30cm$, $MN = 20cm$.

Tính diện tích các hình tam giác ABN ; MNP và PBC .

Tính diện tích hình tam giác NPB .

Tính diện tích hình tam giác NKB .

Lời giải

a) Độ dài cạnh AN là:

$$30 - 20 = 10(cm)$$



K

Diện tích tam giác ABN là:

$$\frac{30 \times 10}{2} = 150(cm^2)$$

Diện tích tam giác MNP là:

$$\frac{20 \times 20}{2} = 200(cm^2)$$

Độ dài cạnh PC là:

$$20 + 30 = 50(cm)$$

Diện tích tam giác PBC là:

$$\frac{50 \times 30}{2} = 750(cm^2)$$

b) Kéo dài AB về phía A và PM về phía M hai đường đó cắt nhau tại H .

Độ dài cạnh HB là:

$$30 + 20 = 50(cm)$$

Độ dài cạnh HP là $30(cm)$

Diện tích tam giác BHP là:

$$\frac{50 \times 30}{2} = 750(cm^2)$$

Diện tích hình chữ nhật $AMNH$ là:

$$20 \times 10 = 200(cm^2)$$

Diện tích tam giác NPB là:

$$750 - 200 - 150 - 200 = 200(cm^2)$$

Nối MA, MK .

$\triangle MNA$ và $\triangle MNK$ có chung đáy MN và chiều cao bằng nhau nên $S_{MNA} = S_{MNK}$

$$S_{MNK} = \frac{10 \times 20}{2} = 100 (cm^2)$$

$$S_{MNP} = \frac{20 \times 20}{2} = 200 (cm^2)$$

$$\frac{S_{MNK}}{S_{MNP}} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$$

Mà hai tam giác này chung chiều cao hạ từ M

xuống đáy PK nên $\frac{NK}{NP} = \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra } S_{NKB} = \frac{S_{NBP}}{2} = \frac{200}{2} = 100 (cm^2)$$

Bài 33. Cho $\triangle ABC$ biết $BM = MC, CN = 3NA$. AB và MN kéo dài cắt nhau tại điểm E .

a. So sánh diện tích tam giác EBM và EMC

b. Biết diện tích tam giác AEN bằng $30cm^2$, tính diện tích tam giác ABN

Lời giải

a) Hai tam giác EBM và EMC có chung đường cao xuất phát từ đỉnh E xuống cạnh BC mà đáy $BM = MC$ nên tam giác EBM và EMC có diện tích bằng nhau.

b) Tam giác AEN và ECN có chung đường cao xuất phát từ đỉnh E xuống cạnh AC mà đáy $CN = 3 \times NA$

$$S_{ECN} = 3 \times S_{AEN} = 30 \times 3 = 90 (cm^2)$$

Ta có :

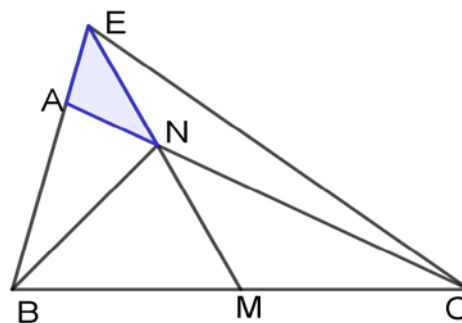
$$S_{BEM} = S_{AEN} + S_{ABN} + S_{BMN}$$

$$S_{ECM} = S_{ENC} + S_{CMN}$$

$S_{BMN} = S_{CMN}$ (do chung đường cao hạ từ N xuống mà đáy $BM = MC$)

$$\Rightarrow S_{ENC} = S_{ENB} = S_{AEN} + S_{ABN}$$

$$\Rightarrow S_{ABN} = S_{ENC} - S_{AEN} = 90 - 30 = 60 (cm^2)$$



Hình bài 33

Bài 34. Cho tam giác ABC có góc A vuông, cạnh $AB = 40cm, AC = 60cm, EDAC$ là hình thang có chiều cao $10cm$. Em hãy tính diện tích tam giác BED .

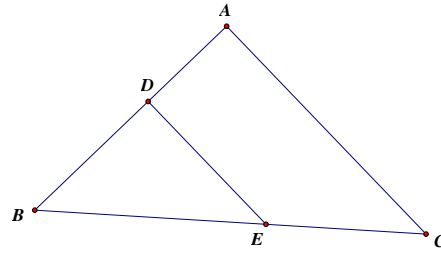
Lời giải

Do $EDAC$ là hình thang nên DE song song với AC do vậy đường cao của hình thang cũng là đường cao của tam giác AEC và bằng $10cm$.

$$\Rightarrow S_{AEC} = 10 \times 60 : 2 = 300(cm^2) .$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 40 \times 60 = 1200(cm^2)$$

$$S_{AEB} = S_{ABC} - S_{AEC} = 1200 - 300 = 900(cm^2)$$



Vi đường cao hình thang $EDAC$ bằng $10cm$ nên

$$AD = 10cm \Rightarrow BD = 30cm \Rightarrow BD = 3AD$$

$$\text{Hay } BD = \frac{3}{4} AB$$

Tam giác BED và tam giác ADE có chung đường cao hạ từ E xuống cạnh AB mà đáy

$$BD = \frac{3}{4} AB$$

$$\text{Do vậy } S_{BDE} = \frac{3}{4} \times S_{AEB} = \frac{3}{4} \times 900 = 675(cm^2)$$

Bài 35. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $NA = NC$. Trên BN lấy điểm I sao cho $BI = \frac{2}{3}BN$. Nối AI cắt BC tại M .

a. Biết diện tích tam giác ABN là $12cm^2$ tính diện tích tam giác ABI

b. Biết $BC = 10cm$. Tính BM .

Lời giải

Bài 36. Cho tam giác ABC có diện tích $20,25dm^2$ và cạnh BC dài $50cm$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = \frac{1}{3}AC$. Kẻ đường cao DK của tam giác DBC . Hãy tính chiều cao DK .

Lời giải

$$\text{Đổi } 20,25dm^2 = 2025cm^2$$

Tam giác ABD và ABC có chung đường cao hạ từ A xuống cạnh AC mà đáy $AD = \frac{1}{3}AC$ nên

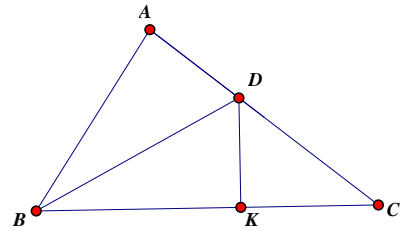
$$S_{ABD} = \frac{1}{3}S_{ABC} = \frac{1}{3} \times 2025 = 675(cm^2)$$

$$S_{BDC} = S_{ABC} - S_{ABD} = 2025 - 675 = 1350(cm^2)$$

Ta có

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \times DK \times BC$$

$$\Rightarrow DK = 2 \times S_{BCD} : BC = 2 \times 1350 : 50 = 54(cm)$$



Bài 37. Cho biết $BPQC$ là hình thang.

a. So sánh diện tích tam giác BOP và diện tích tam giác CQO .

b. Tính diện tích hình thang $BPQC$ biết AP bằng $\frac{1}{3}AB$ và diện tích tam giác ABC bằng $45cm^2$

Lời giải

a. Hai tam giác BPQ và PQC có chung đáy PQ , chiều cao lần lượt hạ từ B, C bằng chiều cao hình thang $BPQC$.

$$\text{Do đó: } S_{BPQ} = S_{PQC}$$

$$\text{Ta có: } S_{BPQ} = S_{POQ} + S_{BOP}; S_{PQC} = S_{POQ} + S_{CQO}$$

$$\text{Suy ra } S_{BOP} = S_{CQO}$$

b. Hai tam giác APC và ABC có chung chiều cao hạ từ C và $AP = \frac{1}{3}AB$

$$\text{Suy ra: } S_{APC} = \frac{1}{3}S_{ABC} = \frac{1}{3} \times 45 = 15(cm^2)$$

Theo phần a: $S_{BPQ} = S_{PQC}$. Do đó:

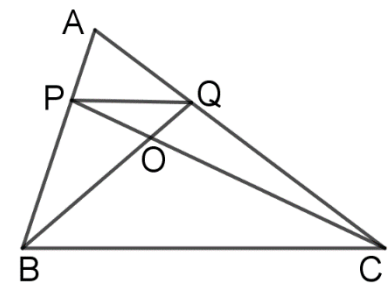
$$S_{ABQ} = S_{APC} = 15(cm^2)$$

Hai tam giác APQ và ABQ chung chiều cao hạ từ

$$Q \text{ và } AP = \frac{1}{3}AB$$

$$\text{Vậy } S_{APQ} = \frac{1}{3} \times S_{ABQ} = \frac{1}{3} \times 15 = 5(cm^2)$$

$$\text{Diện tích hình thang } BPQC \text{ là: } 45 - 5 = 40 (cm^2)$$



Hình bài 37

Bài 38. Một cái ao hình tam giác có chiều cao $14m$ và cạnh đáy gấp rưỡi chiều cao. Tính diện tích cái ao đó?

Lời giải

Vì cạnh đáy gấp rưỡi chiều cao nên độ dài cạnh đáy là: $14 \times 1,5 = 21(m)$

Diện tích cái ao là: $\frac{1}{2} \times 14 \times 21 = 147(m^2)$

Bài 39. Một hình tam giác có diện tích là $189,54cm^2$ và độ dài một cạnh là $24,3cm$. Tính chiều cao tương ứng với cạnh đó của tam giác.

Lời giải

Chiều cao tương ứng với cạnh của tam giác đó là:

$$\frac{189,54 \times 2}{24,3} = 15,6(cm)$$

Bài 40. Một thửa ruộng hình tam giác có tổng cạnh đáy và chiều cao là $86m$. Tính diện tích thửa ruộng đó bằng dam^2 biết chiều cao hơn cạnh đáy là $160dm$.

Lời giải

Đổi:

$$86m = 8,6dam$$

$$160dm = 1,6dam$$

Chiều cao của thửa ruộng là: $(1,6 + 8,6) : 2 = 5,1$ (dam)

Độ dài đáy của thửa ruộng là: $5,1 - 1,6 = 3,5$ (dam)

Diện tích của thửa ruộng là: $\frac{1}{2} \times 3,5 \times 5,1 = 8,925(dam^2)$

Bài 41. Một hình tam giác có chu vi là $450cm$. Cạnh AB hơn cạnh BC là $5cm$ và kém cạnh AC là $5cm$. Tính các cạnh của tam giác ABC .

Lời giải

Cạnh AB hơn cạnh BC là 5 cm và kém cạnh AC là 5 cm nên tổng hai cạnh BC và AC bằng hai lần cạnh AB . Suy ra chu vi tam giác bằng ba lần cạnh AB .

Độ dài cạnh AB là:

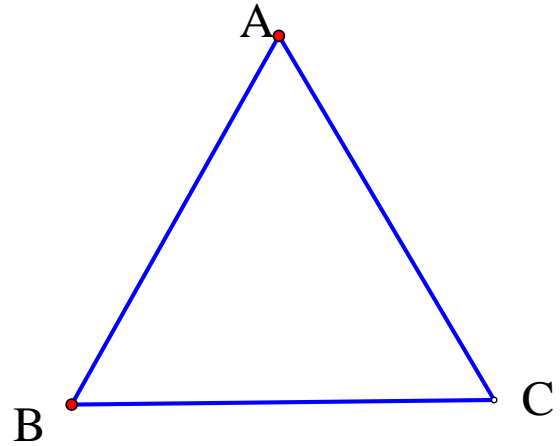
$$450 : 3 = 150 (\text{cm})$$

Độ dài cạnh BC là:

$$150 - 5 = 145 (\text{cm})$$

Độ dài cạnh AC là:

$$150 + 5 = 155 (\text{cm})$$



Bài 42. Một tam giác có diện tích là $12,16\text{ dm}^2$ và chiều cao tương ứng với một cạnh đáy là $3,8\text{ dm}$. Tính cạnh đáy của tam giác đó theo dm .

Lời giải

Cạnh đáy của hình tam giác đó là:

$$2 \times 12,16 : 3,8 = 6,4 (\text{dm}).$$

Bài 43. Cho tam giác ABC , cạnh $BC = 16\text{ cm}$. Nếu kéo dài cạnh BC về phía C một đoạn sao cho $CD = 4\text{ cm}$ thì được tam giác ABD có diện tích lớn hơn diện tích tam giác ABC là 20 cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC .

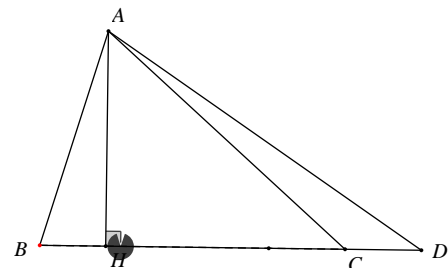
Lời giải

Chiều cao tam giác ACD là:

$$20 \times 2 : 4 = 10 (\text{cm})$$

Hai tam giác ABC và ACD có cùng chiều cao là $10(\text{cm})$ nên tam giác ABC có diện tích là:

$$\frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 100 (\text{cm}^2)$$



Bài 44. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 30\text{ cm}$, $AC = 40\text{ cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = 10\text{ cm}$. Từ D kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại E . Tính độ dài đoạn thẳng DE .

Lời giải

Vì DE song song với AB nên tam giác ABD và tam giác ABE có diện tích bằng nhau (vì có đường cao bằng nhau và chung nhau cạnh đáy).

$$S_{ABE} = S_{ABD} = \frac{1}{2} DA \times AB = \frac{1}{2} \times 10 \times 30 = 150 (cm^2)$$

Vậy:

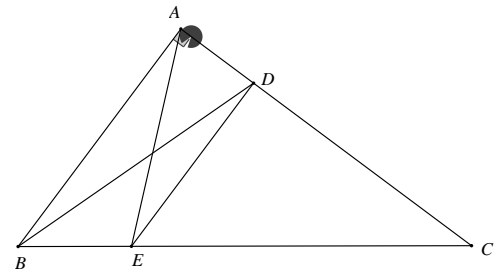
$$\begin{aligned} S_{AEC} &= S_{ABC} - S_{ABE} \\ &= \frac{1}{2} AB \times AC - 150 = \frac{1}{2} \times 30 \times 40 - 150 = 450 (cm^2) \end{aligned}$$

Hình thang $ABED$ có AD là đường cao nên AD là đường cao tam giác ADE suy ra tam giác ADE vuông tại D .

Từ đó ta có ED là đường cao của tam giác AEC

$$\text{Suy ra } ED = 2 \times S_{AEC} : AC = 2 \times 450 : 40 = 22,5 (cm)$$

Vậy $ED = 22,5 cm$.



Bài 45. Một tam giác có đáy là $35 dm$. Nếu kéo dài cạnh đáy thêm $2,7 m$ thì diện tích tam giác tăng thêm $5,265 m^2$. Diện tích lá cờ đó là bao nhiêu m^2 ?

Lời giải

$$\text{Đổi đơn vị: } 2,7 m = 27 dm, 5,265 m^2 = 526,5 dm^2$$

Phần diện tích tăng thêm là một tam giác có chiều cao là:

$$2 \times 526,5 : 27 = 39 (dm)$$

Tam giác ban đầu và tam giác tăng thêm là hai tam giác có cùng chiều cao nên tam giác ban đầu

$$\text{có diện tích là: } \frac{1}{2} \times 35 \times 39 = 682,5 (dm^2)$$

Bài 46. Một lá cờ thể thao hình tam giác vuông có cạnh góc vuông thứ nhất là $3 dm$, như vậy là hơn cạnh góc vuông thứ hai là $5 cm$. Diện tích lá cờ đó là bao nhiêu dm^2 ?

Lời giải

$$\text{Đổi đơn vị: } 5 cm = 0,5 dm$$

$$\text{Cạnh góc vuông thứ 2 là: } 3 - 0,5 = 2,5 (dm)$$

$$\text{Diện tích lá cờ là: } \frac{3 \times 2,5}{2} = 3,75 (dm^2)$$

$$\text{Vậy diện tích lá cờ là: } 3,75 (dm^2)$$

Bài 47. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = 2BM$, trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = 2CN$. Nối B với N , nối C với M . Gọi O là giao điểm của BN và CM . Hãy so sánh diện tích của hai tam giác BOM và CON .

Lời giải

Xét tam giác CMB và tam giác CAB có:

+ Chung chiều cao hạ từ đỉnh C

+ độ dài đáy BM bằng $\frac{1}{3}$ độ dài đáy BA

$$\Rightarrow S_{CMB} = \frac{1}{3} S_{CAB}$$

Tương tự ta có : $S_{BNC} = \frac{1}{3} S_{CAB}$

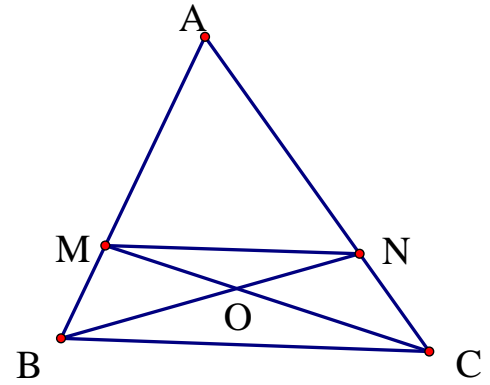
$$\Rightarrow S_{BNC} = S_{CMB} = \frac{1}{3} S_{CAB}$$

Mặt khác :

$$\begin{cases} S_{CMB} = S_{OMB} + S_{OBC} \\ S_{BNC} = S_{ONC} + S_{OBC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{OMB} = S_{ONC}$$

Vậy diện tích của hai tam giác BOM và CON bằng nhau.



Bài 48. Cho tam giác ABC . D là điểm chính giữa của AC . Trên AB lấy điểm E sao cho $AE = 2EB$. Nối BD cắt CE tại G .

a. So sánh diện tích tam giác BGC và tam giác ABG .

b. So sánh EG và CG .

Lời giải

a. Hai tam giác ABD và CBD có cùng chiều cao và hai đáy AD , DC bằng nhau nên:

$$S_{ABD} = S_{CBD}$$

Hai tam giác AGD và CGD có cùng chiều cao và hai đáy AD , DC bằng nhau nên:

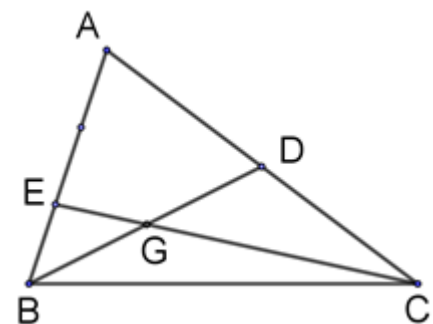
$$S_{AGD} = S_{CGD}$$

$$\text{Ta có : } S_{ABG} = S_{ABD} - S_{AGD}$$

$$S_{BGC} = S_{CBD} - S_{CGD}$$

$$\text{Nên } S_{ABG} = S_{BGC}$$

b. Do $AE = 2EB$ nên $EB = \frac{1}{3} AB$



Xét hai tam giác GBE và GBA có:

+ Chung đường cao hạ từ G xuống AB

$$+ \text{Đáy } EB = \frac{1}{3} AB$$

$$\text{Nên } S_{GBE} = \frac{1}{3} S_{GBA} = \frac{1}{3} S_{CGB}$$

Xét tam giác BEG và BGC :

+ Chung đường cao hạ từ B xuống CE

$$+ S_{BEG} = \frac{1}{3} S_{BGC}$$

$$\text{Nên đáy } EG = \frac{1}{3} GC.$$

Bài 49. Cho tam giác ABC . M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Có MC và BN cắt nhau tại O . Tính diện tích của tam giác MON biết diện tích tam giác ABC là $132m^2$.

Lời giải

Hai tam giác ABN và ABC có chung đường cao

hạ từ B hai đáy $AN = \frac{1}{2} AC$.

$$\text{Nên } S_{ABN} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 132 = 66 (m^2)$$

Tương tự ta có:

$$S_{BNM} = \frac{1}{2} S_{ABN} = \frac{1}{2} \times 66 = 33 (m^2)$$

+ Hai tam giác BAN và BCN có chung chiều cao và hai đáy bằng nhau nên:

$$S_{BAN} = S_{BCN}$$

Hai tam giác OAN và OCN có chung chiều cao và hai đáy bằng nhau nên:

$$S_{OAN} = S_{OCN}$$

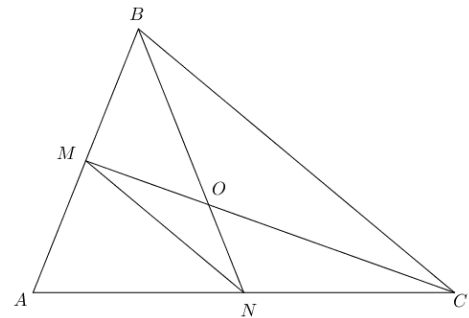
Lại có $S_{OBA} = S_{BAN} - S_{OAN}$; $S_{OBC} = S_{BCN} - S_{OCN}$ nên

$$S_{OBA} = S_{OBC}$$

Tương tự ta có $S_{OAC} = S_{OBC}$

Suy ra $S_{OAC} = S_{OBC} = S_{OBA}$

Mà $S_{ABC} = S_{OAC} + S_{OBC} + S_{OBA}$ nên:



$$S_{OAC} = S_{OBC} = S_{OBA} = \frac{1}{3} \times S_{ABC} = \frac{1}{3} \times 132 = 44 (cm^2)$$

Hai tam giác OMB ; OAB có cùng chiều cao và có

$$\text{đáy } MB = \frac{1}{2} \times AB \text{ nên}$$

$$S_{OMB} = \frac{1}{2} \times S_{OBA} = \frac{1}{2} \times 44 = 22 (cm^2)$$

$$\text{Vậy } S_{OMN} = S_{BMN} - S_{OMB} = 33 - 22 = 11 (cm^2)$$

Bài 51. Cho tam giác ABC có $BC = 24cm$. Trên BC lấy điểm D cách C là $4cm$. Nối A với D ta được tam giác ADC có diện tích là $17cm^2$.

a. Tính diện tích hình tam giác ABC .

b. Tìm tỉ số phần trăm của diện tích hình tam giác ADC và diện tích hình tam giác ABD .

Lời giải

a. Chiều cao của tam giác ADC là:

$$17 \times 2 : 4 = 8,5 (cm)$$

Vì đường cao của tam giác ADC cũng là đường cao của tam giác ABC nên diện tích của tam giác ABC là:

$$24 \times 8,5 : 2 = 102 (cm^2)$$

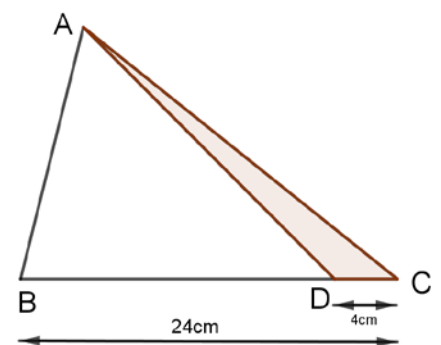
b. Ta có $BD = BC - DC = 24 - 4 = 20 (cm)$

Vì hai tam giác ADC và ADB có cùng chiều cao nên

$$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ADB}} = \frac{DC}{DB} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

tỉ số phần trăm của diện tích hình tam giác ADC và diện tích hình tam giác ABD là:

$$1 : 5 = 0,2 = 20\%$$



Hình bài 51

Bài 52. Cho tam giác ABC có diện tích là $36m^2$, $AM = \frac{1}{3}AB$, $AN = \frac{1}{3}AC$. Tính diện tích tứ giác $BMNC$.

Lời giải

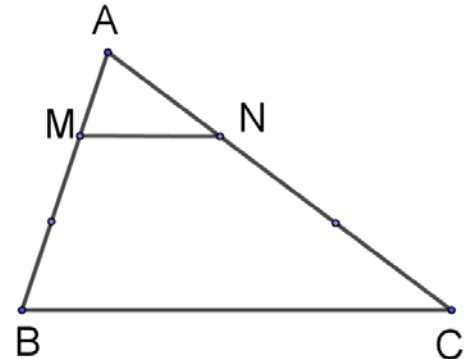
$$S_{BMNC} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AMN}$$

Xét tam giác AMC và tam giác ABC có cùng chiều cao và hai đáy $AM = \frac{1}{3}AB$

$$\text{Nên } S_{AMC} = \frac{1}{3} \times S_{ABC} = \frac{1}{3} \times 36 = 12(m^2)$$

$$\text{Tương tự } S_{AMN} = \frac{1}{3} \times S_{AMC} = \frac{1}{3} \times 12 = 4(m^2)$$

$$\text{Diện tích tứ giác } BMNC \text{ là: } 36 - 4 = 32(m^2)$$



Hình bài 52

Bài 53. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 18cm$ và $BC = 12cm$. Trên AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ và trên BC lấy điểm N sao cho $BN = \frac{1}{2}BC$. Tính diện tích hình tam giác DMN .

Lời giải

Ta có :

$$AM = \frac{1}{3} \times AB = \frac{1}{3} \times 18 = 6(cm)$$

$$BM = AB - AM = 18 - 6 = 12(cm)$$

$$BN = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6(cm)$$

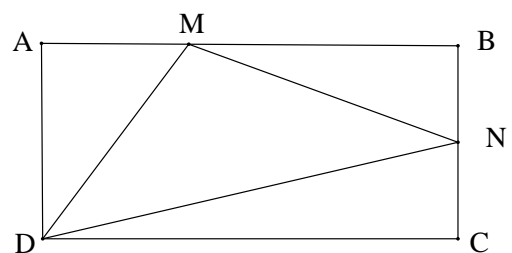
$$CN = BC - BN = 12 - 6 = 6(cm)$$

$$S_{ADM} = \frac{AM \times AD}{2} = \frac{6 \times 12}{2} = 36(cm^2)$$

$$S_{BMN} = \frac{BM \times BN}{2} = \frac{12 \times 6}{2} = 36(cm^2)$$

$$S_{CND} = \frac{CN \times CD}{2} = \frac{6 \times 18}{2} = 54(cm^2)$$

$$S_{ABCD} = AB \times AD = 18 \times 12 = 216(cm^2)$$



$$S_{DMN} = S_{ABCD} - S_{ADM} - S_{BMN} - S_{CND} = 216 - 36 - 36 - 54 = 90 (\text{cm}^2)$$

Bài 54. Cho tam giác ABC có M nằm trên BC và $MC = \frac{1}{4}BC$, BK là đường cao của tam giác ABC , MH là đường cao của tam giác AMC . Tính tỉ số $\frac{MH}{BK}$.

Lời giải

Kẻ đường cao AI của tam giác ABC .

Ta có:

Hai tam giác ABC và tam giác AMC có cùng

chiều cao hạ từ A và $MC = \frac{1}{4}BC$ nên

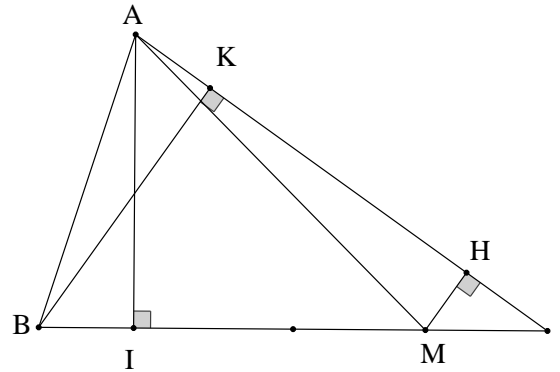
$$S_{MAC} = \frac{1}{4}S_{ABC}$$

$$S_{ABC} = \frac{BK \times AC}{2}$$

$$S_{MAC} = \frac{MH \times AC}{2}$$

$$\frac{S_{MAC}}{S_{BAC}} = \frac{MH}{BK}$$

$$\text{Do đó } \frac{MH}{BK} = \frac{1}{4}.$$



Bài 55. Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh AB dài 30cm , $AC = 40\text{cm}$, $BC = 50\text{cm}$. Ta cắt một đoạn thẳng song song với cạnh BC và cách cạnh BC 3cm . Đoạn thẳng đó cắt AB tại M , cắt AC tại N . Tính diện tích hình $MNCB$.

Lời giải

Nối C với M ta có:

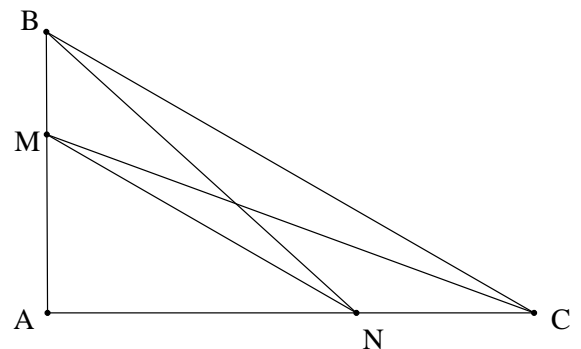
$$S_{BMC} = \frac{3 \times 50}{2} = 75 (\text{cm}^2)$$

$$BM = \frac{2 \times S_{BMC}}{AC} = \frac{2 \times 75}{40} = 3,75 (\text{cm})$$

$$AM = AB - BM = 30 - 3,75 = 26,25 (\text{cm})$$

Nối B với N ta có:

$$S_{BNC} = \frac{3 \times 50}{2} = 75 (\text{cm}^2)$$



$$CN = \frac{2 \times S_{BNC}}{AB} = \frac{2 \times 75}{30} = 5 \text{ (cm)}$$

$$AN = AC - NC = 40 - 5 = 35 \text{ (cm)}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{30 \times 40}{2} = 600 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{AMN} = \frac{AM \times AN}{2} = 459,375 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\begin{aligned} S_{BMNC} &= S_{ABC} - S_{AMN} \\ &= 600 - 459,375 = 140,625 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Bài 56. Cho hình tam giác ABC có điểm N là điểm chính giữa cạnh AC . Trên đó có hình thang $BMNE$ như hình vẽ bên. Nối B với N , nối E với M , hai đoạn thẳng này gặp nhau ở điểm O .

a. So sánh diện tích hai hình tam giác OBM và OEN .

b. So sánh diện tích hình tam giác EMC với diện tích hình $AEMB$.

Lời giải

a) Do $BMNE$ là hình thang nên $S_{MBE} = S_{NBE}$ (có chung đáy BE và có đường cao là đường cao của hình thang)

Hai tam giác này có phần chung là tam giác OBE nên $S_{OBM} = S_{OEN}$

b) Hai tam giác ABN và tam giác CBN có cùng chiều cao hạ từ B và đáy $NA = NC$ nên

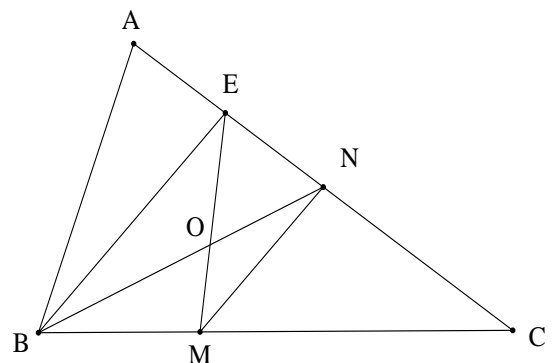
$$S_{ABN} = S_{CBN} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

$$\text{Ta có : } S_{EMC} = S_{CBN} - S_{OBM} + S_{OEN}$$

$$\text{Mà } S_{OEN} = S_{OBM} \text{ (theo câu a) nên : } S_{EMC} = S_{CBN}$$

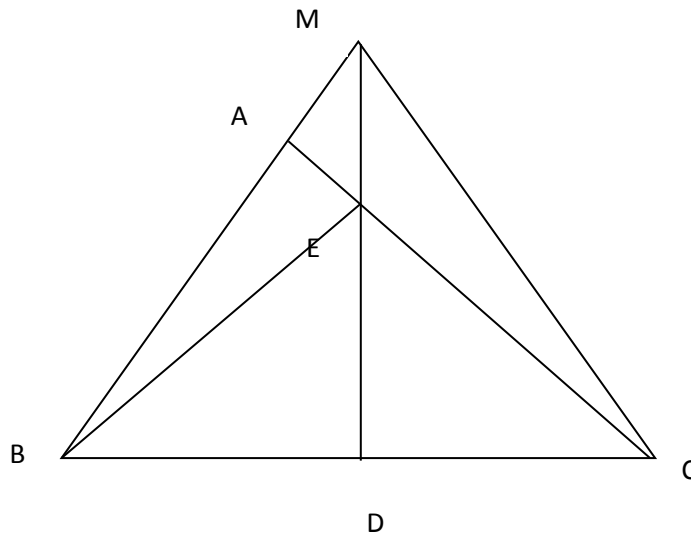
$$\text{Lại có : } S_{CBN} = \frac{1}{2} S_{ABC} \text{ do đó } S_{EMC} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

$$\text{Nên } S_{EMC} = S_{ABME}.$$



CHUYÊN ĐỀ. TOÁN HÌNH HỌC**BÀI TOÁN VỀ CHU VI - DIỆN TÍCH**

- Bài 57.** Cho hình tam giác ABC . Gọi D là điểm chính giữa đoạn BC . Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $AE = \frac{1}{5}AC$. Nối DE kéo dài cắt đường thẳng AB tại M ; Nối M với C . Biết diện tích tam giác AME bằng 20cm^2 . Hãy tính:
- Diện tích tam giác MEC .
 - Diện tích tam giác ABC .

Lời giải

a) Ta có: $S_{MEC} = 4 \times S_{MAE}$ (vì chung chiều cao hạ từ M xuống AC , $EC = 4 \times AE$). Nên $S_{MEC} = 4 \times 20 = 80 (\text{cm}^2)$

b) Nối B với E

Ta có: $S_{MBD} = S_{MCD}$ (vì chung chiều cao hạ từ M xuống BC , $BD = DC$)

$S_{EBD} = S_{ECD}$ (vì chung chiều cao hạ từ E xuống BC , cạnh đáy $BD = DC$)

Mà $S_{MBD} = S_{MBE} + S_{EBD}$; $S_{MCD} = S_{MEC} + S_{ECD}$.

Vậy $S_{MBE} = S_{MEC} = 80 (\text{cm}^2)$.

$\Rightarrow S_{ABE} = 80 + 80 = 160 (\text{cm}^2)$

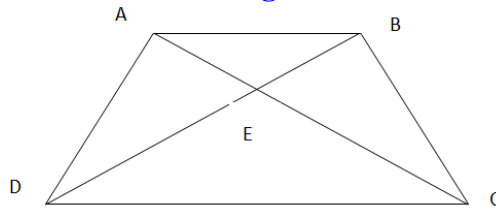
Mà $S_{ABE} = \frac{1}{5}S_{ABC}$ (vì $AE = \frac{1}{5}AC$ và chung chiều cao hạ từ B)

Vậy $S_{ABC} = 160 : \frac{1}{5} = 800 \text{ cm}^2$

Đáp số: 800 cm^2 .

Bài 58. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại điểm E . Hãy nêu tên các cặp hình tam giác có diện tích bằng nhau.

Lời giải



$S_{ACD} = S_{BCD}$ (vì chiều cao cùng là chiều cao của hình thang $ABCD$, chung cạnh đáy DC)

$S_{ABC} = S_{BAD}$ (vì chiều cao cùng là chiều cao của hình thang $ABCD$, chung cạnh đáy AB)

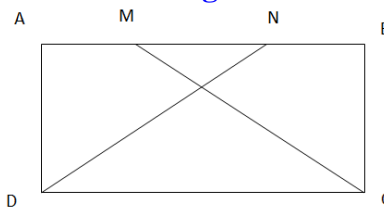
Vì $S_{ABC} = S_{BAD}$ mà hai tam giác này lại có phần chung là S_{ABE} nên $S_{ADE} = S_{BCE}$

Vậy có 3 cặp tam giác bằng nhau: $S_{ABC} = S_{BAD}$; $S_{ACD} = S_{BCD}$ và $S_{ADE} = S_{BCE}$

Bài 59. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M và N sao cho $AM = MN = NB$. Tính

$$\frac{S_{AMCD}}{S_{NBCD}}$$

Lời giải



Ta có: $S_{AMCD} = (AM + CD) \times AD : 2$ và $S_{NBCD} = (NB + CD) \times BC : 2$.

Mà $AM = NB$ (đề bài cho); $AD = BC$ (cặp cạnh đối diện song song, bằng nhau)

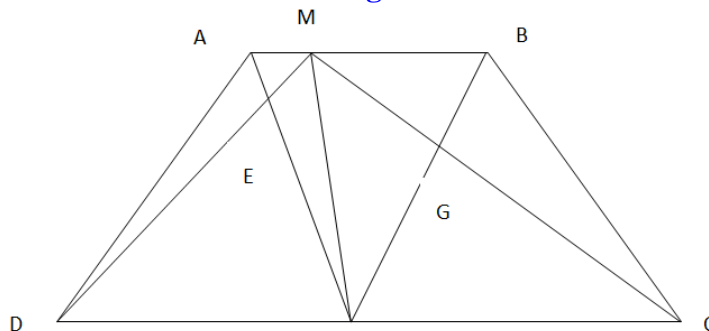
Vậy $S_{AMCD} = S_{NBCD}$ hay $\frac{S_{AMCD}}{S_{NBCD}} = 1$.

Đáp số: 1

Bài 60. (*Em mạnh dạn thay đổi câu hỏi của đề bài, các thầy cô xem giúp em được không ạ?*)

Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Trên AB lấy điểm M bất kì. Nối M với D và C . Trên DC lấy điểm N bất kì. Nối A với N cắt MD tại E . Nối B với N cắt MC ở G . Biết diện tích các hình tam giác AED và BGC lần lượt là $1,2\text{cm}^2$ và $3,4\text{cm}^2$. Tính diện tích hình tứ giác $MGNE$.

Lời giải



Ta có: $S_{ADM} = S_{ANM}$ (vì chiều cao cùng là chiều cao của hình thang $ABCD$, chung cạnh đáy AM)

Mà $S_{ADM} = S_{ADE} + S_{AEM}$ và $S_{ANM} = S_{MEN} + S_{AEM}$

Nên $S_{ADE} = S_{MEN} = 1,2(\text{cm}^2)$.

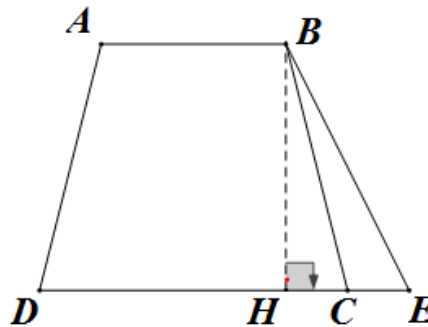
Tương tự: $S_{MNB} = S_{MCB}$ nên $S_{MNG} = S_{BGC} = 3,4 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Vậy $S_{MGNE} = S_{MEN} + S_{MNG} = 1,2 + 3,4 = 4,6 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Đáp số: $4,6\text{cm}^2$.

Bài 61. Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 9\text{cm}$ và đáy $DC = 15\text{cm}$. Nếu kéo dài một đáy thêm 3cm thì được hình thang mới có diện tích lớn hơn diện tích hình thang $ABCD$ là $7,5\text{cm}^2$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Lời giải:



Giả sử kéo dài đáy DC về phía C đoạn $CE = 3\text{ cm}$.

Chiều cao của tam giác BCE là: $7,5 \times 2 : 3 = 5 \text{ (cm)}$.

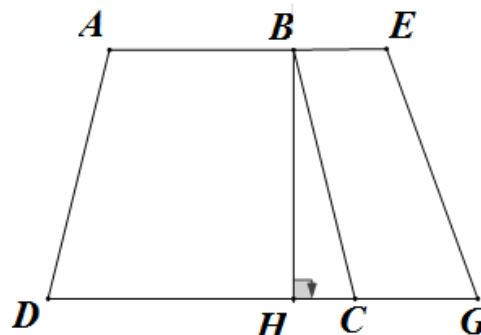
Chiều cao hình thang $ABCD$: 5cm .

Diện tích hình thang $ABCD$ là: $(15 + 9) \times 5 : 2 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Đáp số: 60cm^2 .

Bài 62. Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 18\text{cm}$ và đáy $DC = 24\text{cm}$. Nếu kéo dài đáy bé thêm $BE = 9\text{cm}$ và đáy lớn thêm $CG = 12\text{cm}$ (về cùng một phía) thì được hình thang $BEGC$ có diện tích là $157,5\text{cm}^2$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Lời giải:



Giả sử kéo dài cạnh đáy AB về phía B một đoạn $BE = 9\text{cm}$; kéo dài cạnh đáy DC về phía C một đoạn $CG = 12\text{cm}$.

Chiều cao của hình thang $BEGC$ là: $157,5 \times 2 : (9 + 12) = 15 \text{ (cm)}$.

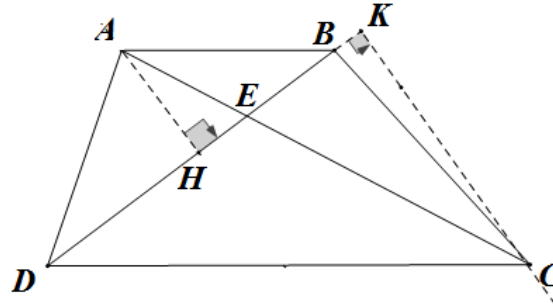
Chiều cao của hình thang $ABCD$ bằng 15cm .

Diện tích hình thang $ABCD$ là: $(18 + 24) \times 15 : 2 = 315 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Đáp số: 315cm^2 .

Bài 63. Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 18\text{cm}$ và đáy $DC = 36\text{cm}$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau ở E . Biết diện tích hình tam giác EAB là 5cm^2 . Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Lời giải:



Ta có: $AB = 18\text{cm}$, $DC = 36\text{cm}$ nên $AB = \frac{1}{2}DC$.

$S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{BDC}$ (vì có cùng chiều cao bằng với chiều cao hình thang và đáy $AB = \frac{1}{2}DC$)

$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}CK$ (hai tam giác ABD và BDC có cùng đáy BD , $S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{BDC}$)

$S_{AEB} = S_{CEB}$ (hai tam giác có chung đáy EB , chiều cao $AH = \frac{1}{2}CK$; $S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{BDC}$)

$S_{ABC} = S_{AEB} + S_{CEB} = 5 + 10 = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$ (1).

$S_{ADC} = 2S_{ABC}$ (vì có chung chiều cao và đáy $AB = \frac{1}{2}DC$)

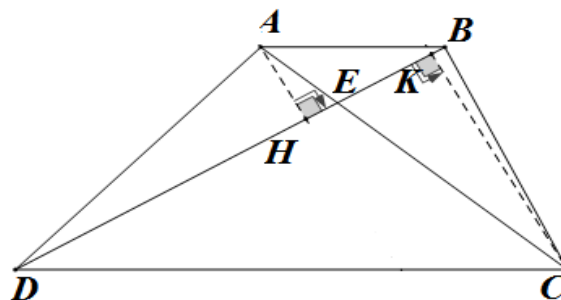
$S_{ADC} = 15 \times 2 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$ (2).

$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = 15 + 30 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Vậy diện tích hình thang $ABCD$ là 45cm^2 .

Bài 64. Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 15\text{cm}$ và đáy $DC = 45\text{cm}$. Hai đường chéo cắt nhau ở E . Biết diện tích hình tam giác EBC là 30cm^2 . Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Lời giải



Theo đề ra, ta có: $\frac{AB}{DC} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$.

$S_{ABC} = \frac{1}{3}S_{BCD}$ (vì hai tam giác có chung đường cao là đường cao hình thang; đáy $\frac{AB}{DC} = \frac{1}{3}$)

$AH = \frac{1}{3}CK$ (vì hai tam giác ABC và BDC có chung đáy BC ; $S_{ABC} = \frac{1}{3}S_{BCD}$)

$S_{ABE} = \frac{1}{3}S_{CBE}$ (hai tam giác có chung đáy BE và đường cao $AH = \frac{1}{3}CK$).

$$S_{ABE} = 30 \div 3 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$S_{ABC} = S_{ABE} + S_{BCE} = 10 + 30 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$$

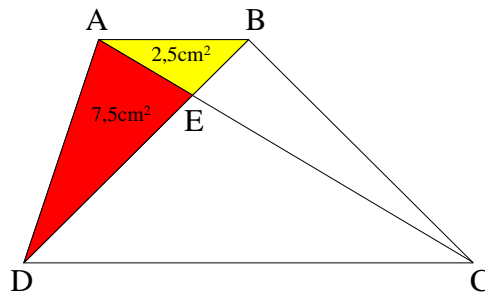
Mà $S_{ABC} = \frac{1}{3}S_{ACD}$ (vì $AB = \frac{1}{3}DC$ và chiều cao tương ứng đều là chiều cao hình thang)

$$\Rightarrow S_{ADC} = 40 : \frac{1}{3} = 120 \text{ cm}^2$$

$$\text{Vậy } S_{ABCD} = 40 + 120 = 160 \text{ cm}^2$$

Bài 65. Cho hình thang $ABCD$ có đáy bé AB và đáy lớn DC . Hai đường chéo cắt nhau ở E . Biết diện tích hình tam giác EAB là $2,5\text{cm}^2$ và diện tích hình tam giác EAD là $7,5\text{cm}^2$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Lời giải



Hai tam giác ADC và BDC có chung cạnh đáy DC và chiều cao hạ từ A xuống DC bằng chiều cao hạ từ B xuống DC nên: $S_{ADC} = S_{BDC}$.

Mà hai tam giác ADC và BDC có chung phần diện tích tam giác EDC , suy ra:

$$S_{BEC} = S_{EAD} = 7,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Hai tam giác EBC và EAB có chung chiều cao hạ từ B xuống AC do đó:

$$\frac{EC}{EA} = \frac{S_{BEC}}{S_{EAB}} = \frac{7,5}{2,5} = 3 \text{ hay } EC = 3EA.$$

Hai tam giác DEC và EAD có chung chiều cao hạ từ D xuống AC mà $EC = 3EA$ nên suy ra:

$$S_{DEC} = 3S_{EAD} = 7,5 \times 3 = 22,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích của hình thang $ABCD$ là: $2,5 + 7,5 \times 2 + 22,5 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$.

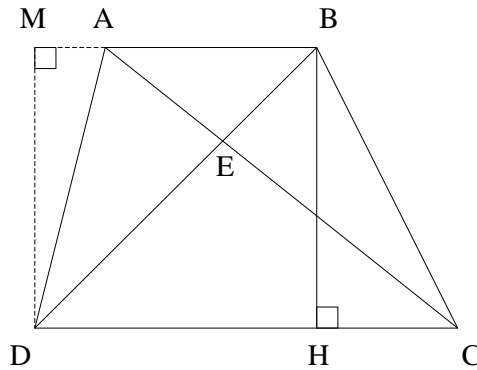
Đáp số: $S_{ABCD} = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Bài 66.

Cho hình thang $ABCD$ có đáy AB và DC , trong đó $AB = \frac{1}{2}DC$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau ở điểm E .

a) Tìm tỉ số độ dài đoạn thẳng EA và EC .

b) Hãy so sánh diện tích hình tam giác EAB và diện tích hình tam giác EDC .

Lời giải

a) Xét hai tam giác DAB và DBC có chiều cao BH bằng với chiều cao DM (cùng bằng chiều cao của hình thang) và đáy $AB = \frac{1}{2}DC$ nên.

Mà hai tam giác DAB và DBC có chung đáy BD nên suy ra chiều cao hạ từ A xuống BD bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao hạ từ C xuống BD (*).

Hai tam giác ADE và EDC có chung cạnh đáy DE , kết hợp với (*) ở trên ta suy ra:

$$S_{ADE} = \frac{1}{2}S_{EDC} (**)$$

Mặt khác, hai tam giác ADE và EDC lại có chung chiều cao hạ từ D xuống AC kết hợp với (**) ta suy ra được: $AE = \frac{1}{2}EC$ hay $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$.

b) Hai tam giác ADC và BDC có chung cạnh đáy DC và chiều cao hạ từ A xuống DC bằng chiều cao hạ từ B xuống DC nên: $S_{ADC} = S_{BDC}$. Mà hai tam giác ADC và BDC có chung phần diện tích tam giác EDC , suy ra: $S_{BEC} = S_{AED}$.

Xét hai tam giác AEB và BEC có chung chiều cao hạ từ B xuống AC và đáy $AE = \frac{1}{2}EC$

nên suy ra: $S_{EAB} = \frac{1}{2}S_{BEC} = \frac{1}{2}S_{AED}$ (1).

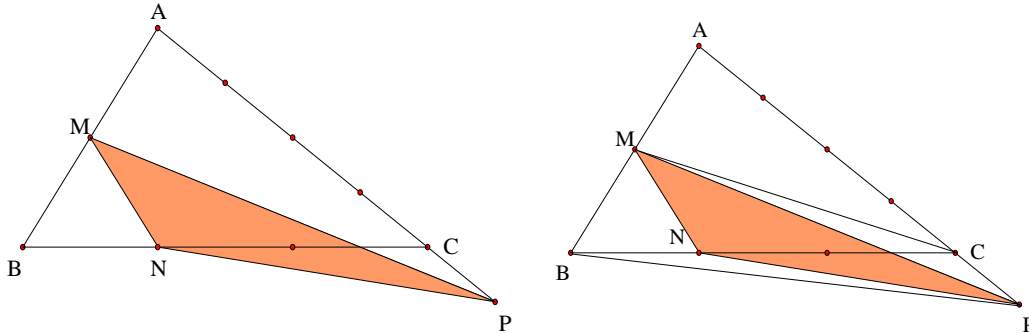
Mà theo câu a) ta có: $S_{ADE} = \frac{1}{2}S_{EDC}$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra: $S_{AEB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}S_{EDC} = \frac{1}{4}S_{EDC}$.

Đáp số: a) $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$. b) $S_{AEB} = \frac{1}{4} S_{EDC}$

Bài 67. Cho hình vẽ bên, biết $AM = MB$, $CN = 2BN$, $AC = 4CP$ và $S_{MNP} = 90 \text{ cm}^2$. Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải



$$S_{AMP} = \frac{1}{2} S_{ABP} \quad (1) \quad (\text{hai tam giac co chung chieu cao hạ từ } P \text{ xuống } AB \text{ và đáy } AM = \frac{1}{2} AB)$$

$$S_{BNP} = \frac{1}{3} S_{BCP} \quad (\text{hai tam giac co chung chieu cao hạ từ } P \text{ xuống } BC \text{ và đáy } BN = \frac{1}{3} BC)$$

$$\text{Mà } S_{BCP} = \frac{1}{5} S_{ABP} \quad (\text{hai tam giac co chung chieu cao hạ từ } B \text{ xuống } AC \text{ và đáy } CP = \frac{1}{5} AP)$$

$$\text{Suy ra: } S_{BNP} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} S_{ABP} = \frac{1}{15} S_{ABP} \quad (2).$$

$$S_{BMN} = \frac{1}{3} S_{BMC} \quad (\text{hai tam giac co chung chieu cao hạ từ } M \text{ xuống } BC \text{ và đáy } BN = \frac{1}{3} BC)$$

$$S_{BMC} = \frac{1}{2} S_{ABC} \quad (\text{hai tam giac co chung chieu cao hạ từ } C \text{ xuống } AB \text{ và đáy } BM = \frac{1}{2} AB)$$

$$S_{ABC} = \frac{4}{5} S_{ABP} \quad (\text{hai tam giac co chung chieu cao hạ từ } B \text{ xuống } AC \text{ và đáy } AC = \frac{4}{5} AP)$$

$$\text{Suy ra: } S_{BMN} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} S_{ABP} = \frac{2}{15} S_{ABP} \quad (3).$$

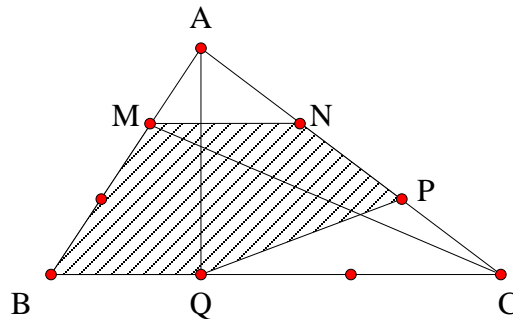
$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta tính được: } S_{MNP} = \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{15} - \frac{2}{15}\right) S_{ABP} = \frac{3}{10} S_{ABP}.$$

$$\text{Từ đó ta tính được diện tích tam giác } ABP \text{ là: } 90 : \frac{3}{10} = 300 (\text{cm}^2).$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là: } 300 \times \frac{4}{5} = 240 (\text{cm}^2).$$

Đáp số: $S_{ABC} = 240 (\text{cm}^2)$.

- Bài 68.** Cho tam giác ABC có diện tích 270cm^2 . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{2}MB$. Trên AC lấy N và P sao cho $AN = CP = \frac{1}{3}AC$. Trên BC lấy điểm Q sao cho $CQ = 2 \times BQ$. Tính diện tích của hình $MNPQB$.

Lời giải

$$S_{AMC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \text{ (hai tam giác có cùng chiều cao hạ từ đỉnh } C \text{ và đáy } AM = \frac{1}{3}AB \text{)}$$

$$\text{Mà } S_{AMN} = \frac{1}{3}S_{AMC} \text{ (hai tam giác có cùng chiều cao hạ từ đỉnh } M \text{ và đáy } AN = \frac{1}{3}AC \text{)}$$

$$\text{Suy ra: } S_{AMN} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}S_{ABC} = \frac{1}{9}S_{ABC} \text{ (1).}$$

$$S_{AQC} = \frac{2}{3}S_{ABC} \text{ (hai tam giác có cùng chiều cao hạ từ đỉnh } A \text{ và đáy } QC = \frac{2}{3}BC \text{)}$$

$$\text{Mà } S_{PQC} = \frac{1}{3}S_{AQC} \text{ (hai tam giác có cùng chiều cao hạ từ đỉnh } Q \text{ và đáy } PC = \frac{1}{3}AC \text{)}$$

$$\text{Suy ra: } S_{PQC} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}S_{ABC} = \frac{2}{9}S_{ABC} \text{ (2).}$$

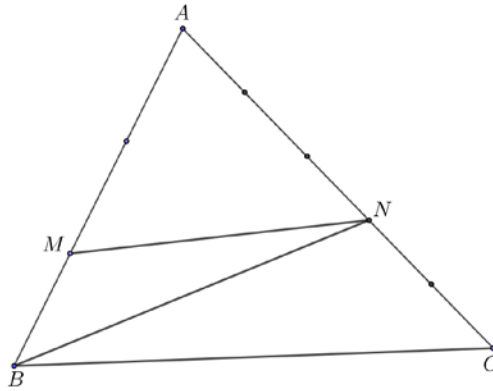
$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra: } S_{MNPQB} = \left(1 - \frac{1}{9} - \frac{2}{9}\right)S_{ABC} = \frac{2}{3}S_{ABC}$$

$$\text{Vậy diện tích của hình } MNPQB \text{ là: } 270 \times \frac{2}{3} = 180 (\text{cm}^2).$$

$$\text{Đáp số: } S_{MNPQB} = 180\text{cm}^2$$

- Bài 69.** Cho tam giác ABC , trên cạnh AB lấy M sao cho $AM = 2BM$, trên cạnh AC lấy N sao cho $AN = \frac{3}{2}NC$. Biết diện tích tứ giác $MNCB$ lớn hơn diện tích tam giác AMN là 24cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải



Ta có: $AM = 2BM$ hay $AM = \frac{2}{3}AB$

$AN = \frac{2}{3}NC$ hay $AN = \frac{3}{5}AC$.

$S.ABN = \frac{3}{5}S.ABC$ (chung chiều cao hạ từ B xuống AC , đáy $AN = \frac{3}{5}AC$).

$S.AMN = \frac{2}{3}S.ABN$ (chung chiều cao hạ từ N xuống AB , đáy $AM = \frac{2}{3}AB$).

Do đó, $S.AMN$ bằng: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}S.ABC$.

Suy ra $S.BMNC$ bằng $S.ABC - \frac{2}{5}S.ABC = \frac{3}{5}S.ABC$.

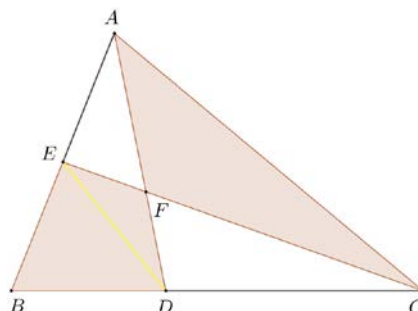
Vậy 24cm^2 ứng với: $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}S.ABC$

Vậy $S.ABC$ bằng $24 : \frac{1}{5} = 120\text{cm}^2$

Vậy $S.ABC$ bằng $24 : \frac{1}{5} = 120(\text{cm}^2)$.

Bài 70. Cho tam giác ABC (hình vẽ bên); $EA = EB$; $DC = 2BD$. Tính diện tích phần tô đậm biết diện tích tam giác ABC bằng 60cm^2 .

Lời giải



Ta có $AE = BE = \frac{1}{2}AB$; $DC = 2BD = \frac{2}{3}BC$.

Suy ra $BD = \frac{1}{3}BC$.

$$S.EBD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} S.ABC. \quad (1)$$

$$S.AED = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} S.ABC.$$

$$S.ADC = \frac{2}{3} S.ABC \text{ (chung chiều cao hạ từ } A \text{ xuống } BC, \text{ đáy } DC = \frac{2}{3}BC).$$

Tỉ số diện tích của AED và ADC bằng: $\frac{1}{6} : \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$.

Vì AED và ADC chung đáy AD nên chiều cao hạ từ E xuống AD bằng $\frac{1}{4}$ chiều cao hạ từ C xuống AD .

Đây cũng là tỉ lệ hai chiều cao tương ứng của hai tam giác chung đáy AF là AEF và ACF .

$$\text{Do đó } S.AEF = \frac{1}{4} S.ACF \text{ hay } S.AEF = \frac{1}{5} S.AEC.$$

$$\text{Lại có } S.AEC = \frac{1}{2} S.ABC \text{ (chung chiều cao hạ từ } C \text{ xuống } AB, \text{ đáy } AE = \frac{1}{2}AB)$$

$$\text{Suy ra } S.AEF = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10} S.ABC.$$

Từ đây ta có:

$$S.EDF = \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15} S.ABC. \quad (2)$$

$$S.AFC = \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5} S.ABC \quad (3)$$

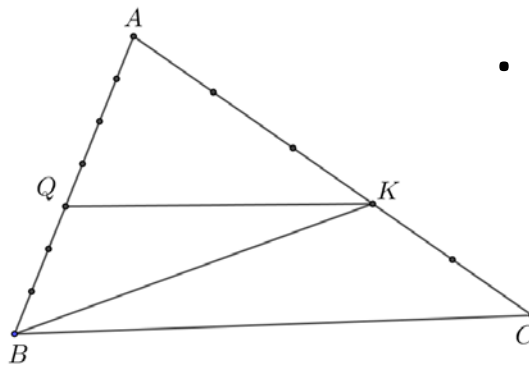
Từ (1), (2) và (3) ta có diện tích phần tô đậm bằng:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{15} + \frac{2}{5} = \frac{19}{30} S.ABC$$

$$\text{Vậy diện tích phần tô đậm bằng: } 60 \times \frac{19}{30} = 38 \text{ cm}^2$$

Bài 72. Cho hình tam giác ABC có diện tích bằng 875cm^2 . Q và K lần lượt nằm trên các cạnh AB

và AC sao cho $QB = \frac{3}{4}QA$ và $KC = \frac{2}{3}KA$. Nối QK , tính diện tích tứ giác $QBKC$.

Lời giải

$$KC = \frac{2}{3}KA \text{ hay } KC = \frac{2}{5}AC$$

$$QB = \frac{3}{4}QA \text{ hay } QB = \frac{3}{7}AB$$

Ta có: $S.BKC = \frac{2}{5}S.ABC$ (chung chiều cao hạ từ B xuống AC , đáy $CK = \frac{2}{5}AC$)

Suy ra $S.ABK$ bằng: $S.ABC - \frac{2}{5}S.ABC = \frac{3}{5}S.ABC$.

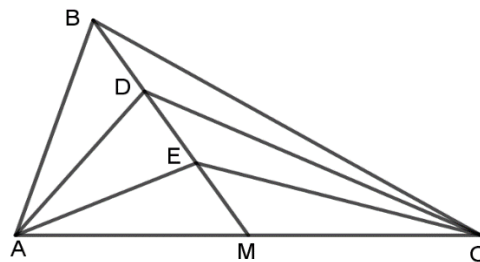
Và: $S.BKQ = \frac{3}{7}S.ABK$ (chung chiều cao hạ từ K xuống AB , đáy $BQ = \frac{3}{7}AB$)

Do đó $S.BKQ = \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{35}S.ABC$.

Như vậy, $S.BCKQ$ bằng: $\frac{2}{5}S.ABC + \frac{9}{35}S.ABC = \frac{23}{35}S.ABC$

Vậy diện tích $BCKQ$ bằng $875 \times \frac{23}{35} = 575 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Bài 73. Trong hình bên, $AM = MC, BD = DE = EM$, diện tích tam giác ACD là 2020 cm^2 . Tính tổng diện tích các tam giác trong hình nhận điểm B làm đỉnh.



Hình 73

Lời giải

Các tam giác có đỉnh B là: BAD ; BAE ; BAM ; BCD ; BCE ; BCM ; ABD

Ta có: $S_{ABD} = S_{ADE} = S_{AEM}$ (vì 3 tam giác này có $BD = DE = EM$ và có chung chiều cao hạ từ A xuống BM) (1).

$S_{CEM} = S_{CED} = S_{CDB}$ (vì ba tam giác này có $BD = DE = EM$ và có chung chiều cao hạ từ C xuống BM) (2).

$S_{AEM} = S_{CEM}$ (vì 2 tam giác này có $AM = MC$ và có chung chiều cao hạ từ E xuống AC) (3)

Từ (1); (2); (3) suy ra $S_{ABD} = S_{ADE} = S_{AEM} = S_{CEM} = S_{CED} = S_{CDB}$.

$S_{ACD} = S_{ADE} + S_{AEM} + S_{CEM} + S_{CED} = 4 S_{AEM}$ suy ra $S_{AEM} = 2020 : 4 = 505 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Lại có: $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ADE} + S_{AEM} + S_{CEM} + S_{CED} + S_{CDB} = 6 S_{AEM}$

$S_{BCE} = S_{BAE} = 2 S_{AEM}$

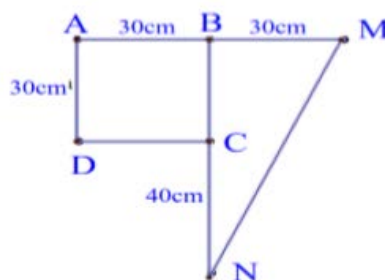
$S_{BCM} = S_{BAM} = 3 S_{AEM}$

$S_{BAD} = S_{BCD} = S_{AEM}$

Vậy tổng diện tích các tam giác đỉnh B là: $S_{BAD} + S_{BAE} + S_{BAM} + S_{BCD} + S_{BCE} + S_{BCM} + S_{ABC}$
 $= S_{AEM} + 2S_{AEM} + 3S_{AEM} + S_{AEM} + 2S_{AEM} + 3S_{AEM} + 6S_{AEM} = 18S_{AEM} = 505 \times 18 = 9090 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Đáp số: 9090cm^2 .

Bài 74. Tính diện tích hình sau:



Lời giải

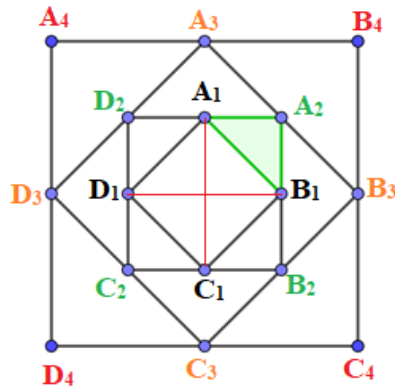
Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $30 \times 30 = 900 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình tam giác BMN là: $30 \times (40 + 30) : 2 = 30 \times 35 = 1050 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình đã cho là: $900 + 105 = 1950 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Đáp số: 1950cm^2 .

Bài 75. Biết diện tích tam giác tô đậm là 2cm^2 . Tính diện tích hình vuông lớn.



Lời giải

Ta đặt tên cho các điểm như hình vẽ.

Diện tích tam giác $A_1A_2B_1$ là 2 cm^2 . Nối A_1C_2, D_1B_2 .

Ta có diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ gấp 4 lần diện tích tam giác $A_1A_2B_1$.

Vậy diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ là: $2 \times 4 = 8\text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ gấp đôi diện tích hình vuông

$A_1B_1C_1D_1$ nên diện tích hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là: $8 \times 2 = 16\text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ gấp đôi diện tích hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ nên diện tích hình vuông

$A_3B_3C_3D_3$ là: $16 \times 2 = 32\text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình vuông $A_4B_4C_4D_4$ gấp đôi diện tích hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ nên diện tích hình vuông

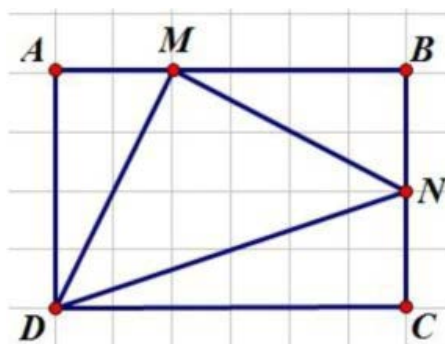
$A_4B_4C_4D_4$ là: $32 \times 2 = 64\text{ (cm}^2\text{)}$.

Vậy diện tích hình vuông lớn nhất trong hình vẽ là 64 cm^2 .

Đáp số: 64 cm^2 .

Bài 76. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 18\text{ cm}$ và $BC = 12\text{ cm}$. Trên AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ và trên BC lấy điểm N sao cho $BN = \frac{1}{2}BC$. Tính diện tích tam giác DMN

Lời giải



Ta có: $AM = \frac{1}{3} \times AB = \frac{1}{3} \times 18 = 6$ (cm); $BM = AB - AM = 18 - 6 = 12$ (cm).

$$BN = CN = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$
 (cm).

Từ đó ta tính được: $S_{DAM} = \frac{1}{2} \times DA \times AM = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$ (cm²).

$$S_{MBN} = \frac{1}{2} \times MB \times BN = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$$
 (cm²).

$$S_{DCN} = \frac{1}{2} \times DC \times CN = \frac{1}{2} \times 18 \times 6 = 54$$
 (cm²).

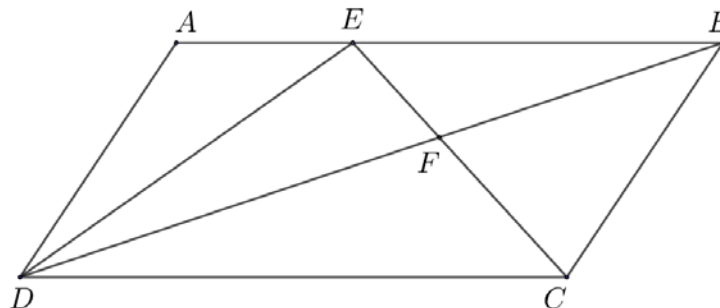
$$S_{ABCD} = AB \times BC = 18 \times 12 = 216$$
 (cm²).

Vậy: $S_{DMN} = S_{ABCD} - (S_{DAM} + S_{MBN} + S_{DCN}) = 216 - (36 + 36 + 54) = 90$ (cm²).

Đáp Số: 90 (cm²).

Bài 77. Cho hình bình hành $ABCD$. E là một điểm trên AB . Nối E với C và B với D . Gọi điểm giao nhau giữa EC và BD là F . Diện tích hình tam giác EFB là 20cm^2 và BFC là 50cm^2 . Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.

Lời giải



Hai tam giác EDC và BDC có chung cạnh đáy DC và chiều cao hạ từ A xuống DC bằng chiều cao hạ từ E xuống DC nên: $S_{EDC} = S_{BDC}$.

Mà hai tam giác EDC và BDC có chung phần diện tích tam giác DFC , suy ra: $S_{BFC} = S_{DEF} = 50$ (cm²).

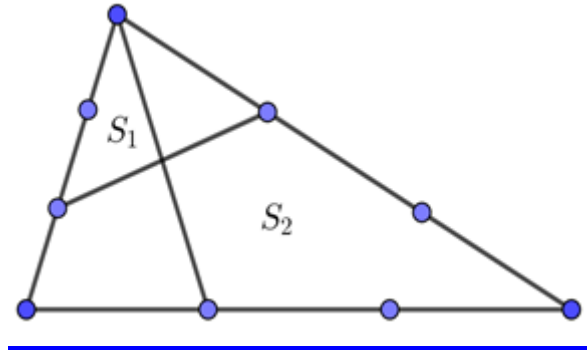
Hai tam giác BEF và BEC có chung cạnh đáy BF và có tỉ lệ diện tích là $\frac{2}{5}$ nên tỉ lệ chiều cao hạ từ đỉnh E xuống BD và đỉnh C xuống BD là $\frac{2}{5}$.

Hai tam giác EBF và DFC có chung cạnh đáy DF , tỉ lệ chiều cao hạ từ đỉnh E xuống BD và đỉnh C xuống BD là $\frac{2}{5}$. Vậy diện tích của tam giác DFC là: $50 : \frac{2}{5} = 125$ (cm²).

Diện tích hình bình hành $ABCD$ gấp 2 lần diện tích tam giác BDC và bằng $(50 + 125) \times 2 = 350$ (cm²).

Bài 78. Cho hình vẽ bên biết $S_1 = 12\text{cm}^2$. Tính S_2 ?

Bài giải



Ta có: $S_{AMQ} = \frac{2}{3}S_{ABQ}$ ($AM = \frac{2}{3}AB$, chung chiều cao hạ từ Q xuống AB)

Diện tích tam giác ABQ là: $12 : \frac{2}{3} = 18 (\text{cm}^2)$.

Ta lại có: $S_{AQC} = 2 \times S_{ABQ} = 2 \times 18 = 36 (\text{cm}^2)$.

Mà $S_{AQN} = \frac{1}{3}S_{AQC}$ ($AN = \frac{1}{3}AC$, chung chiều cao hạ từ Q xuống AC)

Diện tích tam giác AQN là: $36 : 3 = 12 (\text{cm}^2)$.

Diện tích tam giác AMN là: $12 + 12 = 24 (\text{cm}^2)$.

Mà $S_{AMN} = \frac{2}{3}S_{ANB} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}S_{ABC}$

Diện tích tam giác ABC là: $24 : \frac{2}{9} = 108 (\text{cm}^2)$.

Diện tích tam giác ABP là: $108 : 3 = 36 (\text{cm}^2)$.

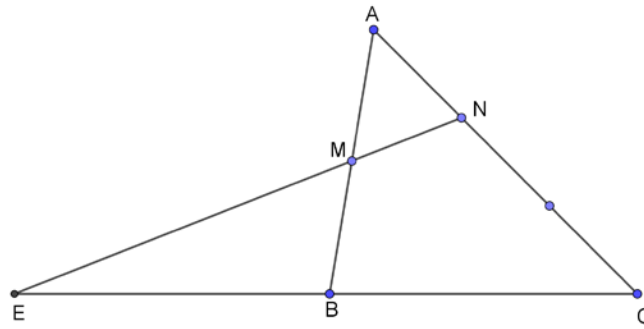
Diện tích S_2 là: $108 - 36 - 12 = 60 (\text{cm}^2)$.

Đáp số: 60cm^2 .

Bài 79. Cho hình tam giác ABC . Lấy M trên AB và N trên AC sao cho $AM = MB$ và $NC \times 2 = NA$.

- Tính tỉ số diện tích ANM và $BMNC$.
- Cho MN cắt BC ở D . So sánh BC với CE

Lời giải



Hình bài 79

a) Ta có: $S_{ABN} = \frac{1}{3}S_{ABC}$ ($AN = \frac{1}{3}AC$, chung chiều cao hạ từ B xuống AC)

Mà $S_{MNB} = S_{AMN} = \frac{1}{2}S_{ABN}$

Suy ra: $S_{AMN} = \frac{1}{6}S_{ABC}$

Ta có: $S_{BNC} = \frac{2}{3}S_{ABC}$ ($NC = \frac{2}{3}AC$, chung chiều cao hạ từ B xuống AC)

Vậy $S_{BMNC} = S_{MNB} + S_{BNC} = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}S_{ABC}$.

Vậy tỉ số diện tích của ANM và $BMNC$ là $\frac{1}{6} : \frac{5}{6} = \frac{1}{5}$.

b) Nối A với D , B với N

Ta có: $S_{MNA} = S_{MNB}$ (chung chiều cao, $AM = MB$)

Vậy chiều cao hạ từ A xuống MN và từ B xuống MN bằng nhau.

Suy ra: $S_{AND} = S_{BND}$ (chung đáy ND).

Ta có: $S_{DCN} = \frac{1}{2}S_{ADN}$ (chung chiều cao, $CN = \frac{1}{2}AN$).

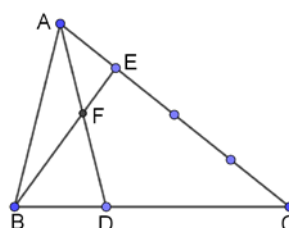
Mà $S_{DCN} = \frac{1}{2}S_{BND}$

Hay $S_{DCN} = S_{BCN}$ (chung chiều cao)

Vậy: $BC = CD$.

Bài 80. Cho hình vẽ. Tính tỉ số diện tích 2 tam giác BDF và AEF .

Lời giải:



Hình bài 80

$$S_{ABF} = \frac{1}{2}S_{AFC} = \frac{2}{4}S_{AFC} \quad (\text{Chiều cao từ B bằng } \frac{1}{2} \text{ chiều cao từ C xuống đáy chung AF})$$

$$\text{Mà } S_{AEF} = \frac{1}{4}S_{AFC} \text{ nên } S_{ABE} = \frac{2}{4}S_{AFC} + \frac{1}{4}S_{AFC} = \frac{3}{4}S_{AFC}$$

$$\text{Mặt khác } S_{ABE} = \frac{1}{4}S_{ABC}$$

$$\text{Vậy } \frac{S_{AFC} = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = \frac{1}{3}S_{ABC}}$$

$$\Rightarrow S_{AEF} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}S_{ABC} = \frac{1}{12}S_{ABC} \quad (1)$$

Ta lại có:

$$S_{ABD} = \frac{1}{3}S_{ABC} \quad \text{mà } S_{ABF} = \frac{1}{3}S_{FBC} \quad (\text{Chiều cao từ A bằng } \frac{1}{3} \text{ chiều cao từ C xuống đáy chung BF})$$

$$\text{Lại có: } S_{FBD} = \frac{1}{3}S_{FBC} \quad \text{Vậy: } S_{FBD} = S_{ABF} = \frac{1}{2}S_{ABD}$$

$$\text{Suy ra: } S_{BDF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}S_{ABC} \quad (2)$$

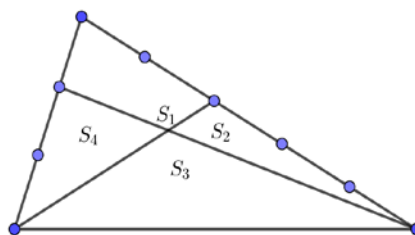
Từ (1) và (2) ta có, tỉ số 2 tam giác AEF và BDF là:

$$\frac{1}{12} : \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Đáp số: } \frac{1}{2}$$

Bài 81. Cho tam giác với các tỷ lệ như hình. Biết $S_3 - S_1 = 84cm^2$. Tính $S_4 - S_2$

Lời giải



Hình 81

Theo tỷ lệ diện tích các hình tam giác ta có: $S_1 + S_4 = \frac{2}{3}(S_3 + S_2) \Rightarrow 3S_1 + 3S_4 = 2S_3 + 2S_2$

Mà $S_3 - S_1 = 84 \text{ cm}^2$ hay $S_3 = S_1 + 84$

Vậy $3S_1 + 3S_4 = 2 \times (S_1 + 84) + 2S_2 \Rightarrow S_1 + S_4 = 168 + 2S_2$ (1).

Tương tự ta có: $S_1 + S_2 = \frac{1}{2}(S_3 + S_4) \Rightarrow 2S_1 + 2S_2 = S_3 + S_4$

Mà $S_3 - S_1 = 84 \text{ cm}^2$ hay $S_3 = S_1 + 84$

Vậy $2S_1 + 2S_2 = (S_1 + 84) + S_4 \Rightarrow S_1 + 2S_2 = 84 + S_4$ (2).

Trừ vế với vế của biểu thức (1) và (2) ta có: $(S_1 + 3S_4) - (S_1 + 2S_2) = (168 + 2S_2) - (84 + S_4)$

$\Rightarrow 3S_4 - 2S_2 = 84 + 2S_2 - S_4 \Rightarrow 4S_4 - 4S_2 = 84 \Rightarrow (S_4 - S_2) = 21(\text{cm}^2)$.

Đáp số: 21cm^2 .

Cách 2:

Giải theo dạng toán Hiệu Tỷ

Vì $S_3 - S_1 = 84$ nên $(S_3 + S_4) - (S_1 + S_4) = 84$

Ta có: $(S_3 + S_4) = \frac{2}{3} S_{1234}$

$(S_1 + S_4) = \frac{2}{5} S_{1234}$

Vậy Tỷ số $(S_3 + S_4)$ và $(S_1 + S_4)$ là:

$$\frac{2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{5}{3}$$

$(S_3 + S_4) = 84 : (5 - 3) \times 5 = 210\text{cm}^2$

$S_{1234} = \frac{3}{2} (S_3 + S_4) = \frac{3}{2} \times 210 = 315 \text{ cm}^2$

$(S_2 + S_3) = \frac{3}{5} S_{1234} = \frac{3}{5} \times 315 = 189 \text{ cm}^2$

$S_4 - S_2 = (S_3 + S_4) - (S_2 + S_3) = 210 - 189 = 21\text{cm}^2$

Đáp số: 21cm^2

Bài 82. Một bể bơi dài 33m , rộng 12m và sâu $1\text{m}80\text{cm}$. Người ta dùng gạch men hình vuông có cạnh 30cm để lát xung quanh thành bể và đáy bể. Tính số gạch để lát bể bơi đó ?

Lời giải

Đổi: $1\text{m}80\text{cm} = 1,8\text{m}$

Diện tích xung quanh của bể bơi là : $(33 + 12) \times 2 \times 1,8 = 162 (\text{cm}^2)$.

Diện tích mặt đáy của bể bơi là: $33 \times 12 = 396 (\text{m}^2)$.

Diện tích phần bê boi được lát gạch là: $162 + 396 = 558 \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích một viên gạch lát là: $0,3 \times 0,3 = 0,09 \text{ (m}^2\text{)}$.

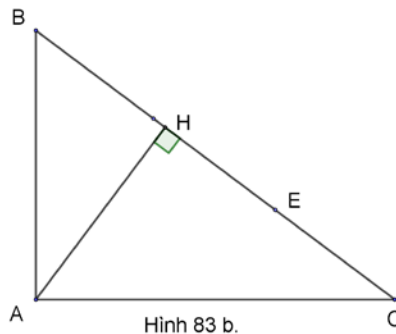
Tổng số viên gạch để lát bê boi đó là: $558 : 0,09 = 6200 \text{ (viên gạch)}$.

Đáp số: 6200 viên gạch.

Bài 83. Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$ và $BC = 10 \text{ cm}$ vẽ chiều cao AH từ đỉnh A đến cạnh đáy BC .

a) Tính chiều cao AH .

b) Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = 2 \times EC$. Tính diện tích tam giác AEC ?



Lời giải

a) Diện tích tam giác ABC là: $(6 \times 8) : 2 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Chiều cao AH của tam giác ABC là: $24 \times 2 : 10 = 4,8 \text{ (cm)}$.

b) Xét hai tam giác AEC và tam giác ABC có chung đường cao AH và cạnh đáy $EC = \frac{1}{3}BC$

$$\text{Nên: } S_{AEC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \Rightarrow S_{AEC} = 24 : 3 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Đáp số: $8 \text{ (cm}^2\text{)}$

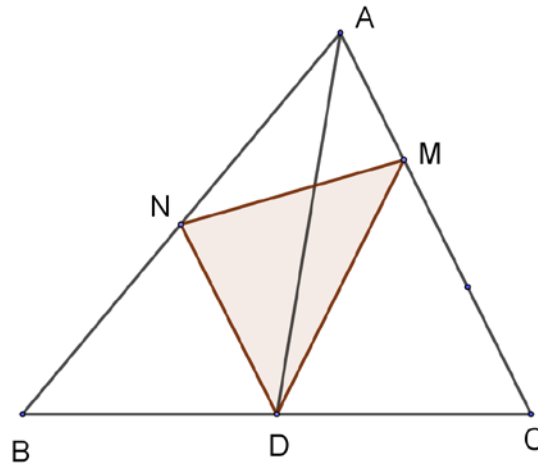
Bài 84.

1. Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 152 m , biết rằng nếu giảm chiều dài miếng đất 5 m thì diện tích miếng đất giảm 170 m^2 . Tính diện tích miếng đất?

2. Cho tam giác ABC , có D là điểm chính giữa của cạnh BC . Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{3}AC$.

a) So sánh diện tích tam giác ADM và ABC

b) Trên cạnh AB lấy điểm N sao cho $AN = NB$. Tính diện tích tam giác DMN , nếu biết diện tích tam giác ABC là 640 cm^2 .



Bài 84/2

Lời giải

1)

Nửa chu vi hình chữ nhật ban đầu là: $152 : 2 = 76$ (m).

Chiều rộng hình chữ nhật lúc đầu là: $170 : 5 = 34$ (m).

Chiều dài miếng đất ban đầu là: $76 - 34 = 42$ (m).

Diện tích miếng đất hình chữ nhật là: $42 \times 34 = 1428$ (m²).

Đáp số: 1428m².

a) Ta có $S_{ADM} = \frac{1}{3}S_{ADC}$ (hai tam giác ADM và ADC có chung đường cao hạ từ D và đáy

$$AM = \frac{1}{3}AC).$$

Mà $S_{ADC} = \frac{1}{2}S_{ABC}$ (hai tam giác ADC và ABC có chung đường cao hạ từ A và đáy $DC = \frac{1}{3}BC$)

$$\Rightarrow S_{ADM} = \frac{1}{6}S_{ABC}.$$

b) Ta có $S_{ANM} = \frac{1}{3}S_{ANC}$ (hai tam giác ANM và ANC có chung đường cao hạ từ N và đáy

$$AM = \frac{1}{3}AC).$$

Mà $S_{ANC} = \frac{1}{2}S_{ABC}$ (hai tam giác ANC và ABC có chung đường cao hạ từ C và đáy $NA = \frac{1}{2}AB$)

$$\Rightarrow S_{ANM} = \frac{1}{6}S_{ABC}$$

Ta lại có $S_{ADM} = \frac{1}{6}S_{ABC}$ (theo chứng minh câu a)

$$\text{và } S_{ADN} = \frac{1}{2}S_{ADB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{4}S_{ABC}$$

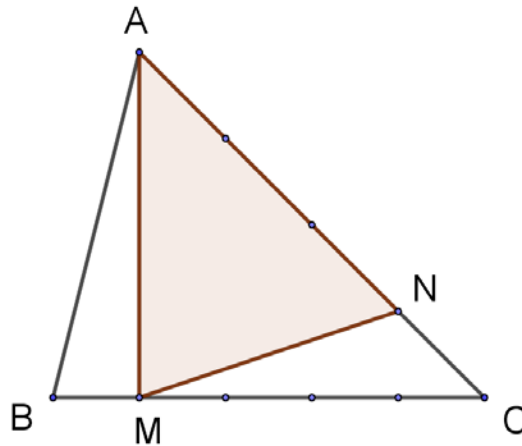
$$\Rightarrow S_{ANDM} = S_{AND} + S_{AMD} = \frac{1}{4}S_{ABC} + \frac{1}{6}S_{ABC} = \frac{5}{12}S_{ABC}.$$

$$\text{Ta có } S_{NMD} = S_{ANDM} - S_{ANM} = \frac{5}{12}S_{ABC} - \frac{1}{6}S_{ABC} = \frac{1}{4}S_{ABC} = 640 : 4 = 160 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Đáp số: 160cm^2 .

Bài 85. Cho tam giác ABC , lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{1}{2}BC$, lấy điểm N trên cạnh AC sao cho $AN = \frac{3}{4}AC$. Biết diện tích tam giác ABC bằng 60cm^2 . Vậy diện tích tam giác AMN là cm^2

Bài giải



Ta có: S tam giác $AMB = \frac{1}{5}S$ tam giác ABC (vì hai tam giác có chung chiều cao kẻ từ A xuống cạnh BC , Đáy $BM = \frac{1}{5}$ đáy BC).

$$\text{Vậy } S \text{ tam giác } AMB \text{ là: } 60 \times \frac{1}{5} = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$$

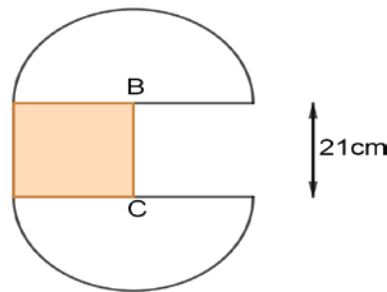
$$\Rightarrow S \text{ tam giác } AMC \text{ là: } 60 - 12 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Ta lại có: S tam giác $AMN = \frac{3}{4}S$ tam giác AMC (vì hai tam giác có chung chiều cao kẻ từ đỉnh M xuống đáy AC , Đáy $AN = \frac{3}{4}$ đáy AC)

$$\text{Vậy } S \text{ tam giác } AMN \text{ là: } 48 \times \frac{3}{4} = 36 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Đáp số: 36cm^2 .

Bài 86. Cho hình vẽ sau gồm có một hình vuông màu cam cạnh 21cm và hai nửa hình tròn. B và C là tâm của các nửa đường tròn tương ứng. Diện tích của hình đó là ... cm^2



Hình bài 86

Bài giải

Ta có: Hai nửa hình tròn ghép lại tạo thành một hình tròn có bán kính bằng cạnh hình vuông và bằng 21 cm.

Diện tích hai nửa hình tròn là: $21 \times 21 \times 3,14 = 1384,74 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình vuông màu cam là: $21 \times 21 = 441 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình đó là: $1384,74 + 441 = 1825,74 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Đáp số: $1825,74 \text{ cm}^2$

Bài 87. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 60 \text{ cm}$, $AD = 40 \text{ cm}$. Trên AB lấy điểm G sao cho $AG = 30 \text{ cm}$. Trên AD lấy điểm M sao cho $AM = 15 \text{ cm}$.

a) Tính diện tích tam giác MGC .

b) DG cắt MC tại K . Tính diện tích MDK .

Bài giải:

a) Độ dài cạnh GB là: $60 - 30 = 30 \text{ (cm)}$.

Độ dài cạnh MD là: $40 - 15 = 25 \text{ (cm)}$.

Diện tích tam giác AGM là: $30 \times 15 : 2 = 225 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích tam giác MDC là: $25 \times 60 : 2 = 750 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích tam giác GBC là: $30 \times 40 : 2 = 600 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $60 \times 40 = 2400 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích tam giác MGC là: $2400 - (225 + 750 + 600) = 825 \text{ (cm}^2\text{)}$.

b) Ta có: $\frac{S_{\Delta MDC}}{S_{\Delta MGC}} = \frac{750}{825} = \frac{10}{11}$.

Mà hai tam giác này có chung đáy $MC \Rightarrow$ chiều cao kẻ từ đỉnh D xuống đáy $MC = \frac{10}{11}$ chiều cao

kẻ từ đỉnh G xuống đáy MC .

Mà chiều cao kẻ đỉnh D xuống đáy MC và chiều cao kẻ từ đỉnh G xuống đáy MC cũng chính là

chiều cao của tam giác MDK và GMK .

Mặt khác hai Tam giác này có chung đáy $MK \Rightarrow \frac{S_{\Delta MDK}}{S_{\Delta MGK}} = \frac{10}{11}$.

Mà tổng diện tích hai tam giác bằng diện tích tam giác MGD và bằng: $25 \times 30 : 2 = 375 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Ta có sơ đồ:

$$\left. \begin{array}{l} S_{MDK} \\ S_{MGK} \end{array} \right\} 375 \text{ cm}^2$$

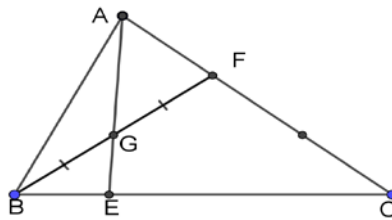
Diện tích tam giác MDK là: $375 : (10 + 11) \times 10 = \frac{3750}{11} (\text{cm}^2)$

Đáp số: a) 825 cm^2 b) $\frac{3750}{11} (\text{cm}^2)$

Bài 88: Trong hình vẽ sau cho tam giác ABC có diện tích bằng 100cm^2 . Trên AC lấy F sao cho $AF = \frac{1}{3}AC$. Lấy G là trung điểm BF . Nối AG cắt BC tại E .

a) Tính diện tích tam giác MGC .

b) Tính tỉ số $\frac{BE}{BC}$.



Hình bài 88

a) Ta có: S tam giác $ABF = \frac{1}{3}S$ tam giác ABC (vì 2 tam giác có chung chiều cao kẻ từ đỉnh B xuống đáy AC , đáy $AF = \frac{1}{3}AC$).

Vậy S tam giác ABF là: $100 \times \frac{1}{3} = \frac{100}{3} (\text{cm}^2)$.

b) Ta có: $S_{AGF} = S_{AGB}$ (hai tam giác có chung chiều cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BF , đáy $BG = GF$).

Mà: $S_{AGF} = \frac{1}{3}S_{AGC}$ (hai tam giác có chung chiều cao kẻ từ đỉnh G xuống cạnh AC , đáy $AF = \frac{1}{3}AC$) $\Rightarrow S_{AGB} = \frac{1}{3}S_{AGC}$.

Mặt khác hai tam giác này có chung đáy $AG \Rightarrow$ Chiều cao kẻ từ đỉnh B xuống đáy $AG = \frac{1}{3}$ chiều cao kẻ từ đỉnh C xuống đáy AG .

Mà chiều cao kẻ từ đỉnh B xuống đáy AG và chiều cao kẻ từ đỉnh C xuống đáy AG là chiều cao của hai tam giác BGE và CGE .

Hơn nữa hai tam giác BGE và CGE có chung đáy $EG \Rightarrow S_{BEG} = \frac{1}{3}S_{CGE}$ hay $S_{BGE} = \frac{1}{4}S_{BGC}$.

Mà hai tam giác này lại có chung chiều cao kẻ từ đỉnh G xuống cạnh $BC \Rightarrow BE = \frac{1}{4}BC$ hay

$$\frac{BE}{BC} = \frac{1}{4}.$$

Bài 89. Cho tứ giác $ABCD$ như hình vẽ có M, N, P, Q lần lượt nằm trên AB, BC, CD, DA sao cho:
 $MA = MB; NB = NC; PC = PD; QA = QD$.

- Nếu diện tích tứ giác $ABCD = 90\text{cm}^2$ thì diện tích của tứ giác $MNPA$ bằng bao nhiêu?
- Nối CM, AP, BQ, DN và tô màu như hình vẽ. Hãy chứng minh rằng diện tích tứ giác tô màu đỏ bằng tổng diện tích 4 tam giác tô xanh.

Lời giải

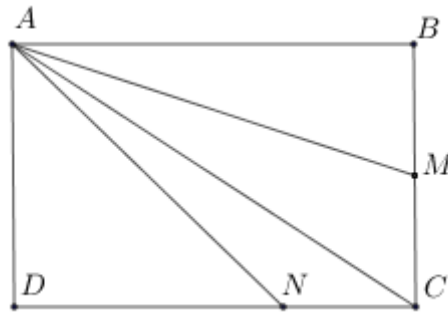
Câu a phải là $MNPQ$ thì chuẩn.

Bài 90. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB dài 36 cm, cạnh AD dài 18 cm. Gọi M là điểm chính giữa BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho DN gấp 2 lần CN .

- Tính diện tích tứ giác $AMCN$.
- Tìm điểm E trên cạnh CD để diện tích tứ giác $AMCN$ bằng một nửa diện tích hình chữ nhật $ABCD$?

Lời giải

a. Hình chữ nhật $ABCD$ có:



$$AB = CD = 36\text{cm} \text{ nên } CN = \frac{1}{3}DC = \frac{1}{3} \times 36 = 12\text{cm}$$

$$AD = CB = 18\text{cm} \text{ nên } MB = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 18 = 9\text{cm}$$

Ta có: $S_{AMCN} = S_{ANC} + S_{AMC}$

$$S_{ANC} = \frac{1}{2} \times NC \times AD = \frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108\text{cm}^2$$

$$S_{AMC} = \frac{1}{2} \times MC \times AB = \frac{1}{2} \times 9 \times 36 = 162\text{cm}^2$$

Vậy diện tích tứ giác $AMNC$ là:

$$S_{AMCN} = S_{ANC} + S_{AMC} = 108 + 162 = 270(\text{cm}^2)$$

b. Ta có: $S_{AECN} = S_{AEC} + S_{AMC}$

$$\text{Đề } S_{AECN} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \text{ thì } S_{ADE} + S_{ABM} = S_{AEC} + S_{AMC} \quad S_{ABM} = S_{AEC} + S_{AMC}$$

$$\text{Hay } \frac{1}{2} \times 18 \times DE + 162 = \frac{1}{2} \times 18 \times EC + 162$$

$$\text{Hay } ED = EC$$

Hay E là điểm chính giữa D và C .

Bài 91. Cho tam giác ABC có diện tích là 160 cm^2 . Gọi M, N theo thứ tự là điểm thuộc các cạnh

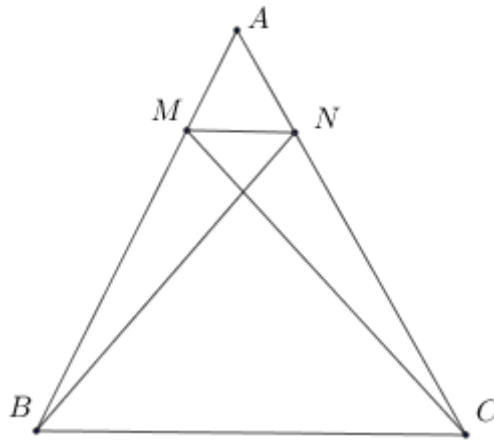
$$AB, AC \text{ sao cho } AM = \frac{1}{4}AB, AN = \frac{1}{4}AC$$

a) Tính diện tích tam giác ABN từ đó suy ra diện tích tam giác AMN .

b) MN có song song với BC không? Tại sao?

Lời giải

a. Diện tích tam giác ABC và ABN



$$AN = \frac{1}{4} \times AC$$

Chung chiều cao hạ từ B xuống AC

$$\text{Nên } S_{ABN} = \frac{1}{4} \times S_{ABC} = \frac{1}{4} \times 160 = 40(\text{cm}^2)$$

Diện tích tam giác AMN và ABN có:

$$AM = \frac{1}{4} \times AB$$

Chung chiều cao hạ từ N xuống AB

$$\text{Nên } S_{AMN} = \frac{1}{4} \times S_{ABN} = \frac{1}{4} \times 40 = 10(\text{cm}^2)$$

b. Tam giác ABC có:

$$AM = \frac{1}{4} \times AB$$

$$AN = \frac{1}{4} \times AC$$

$$\text{Nên } S_{ABN} = S_{ACM} = 40(\text{cm}^2)$$

$$S_{ABN} - S_{AMN} = S_{ACM} - S_{AMN}$$

$$\text{Nên } S_{ABN} = S_{ACM}$$

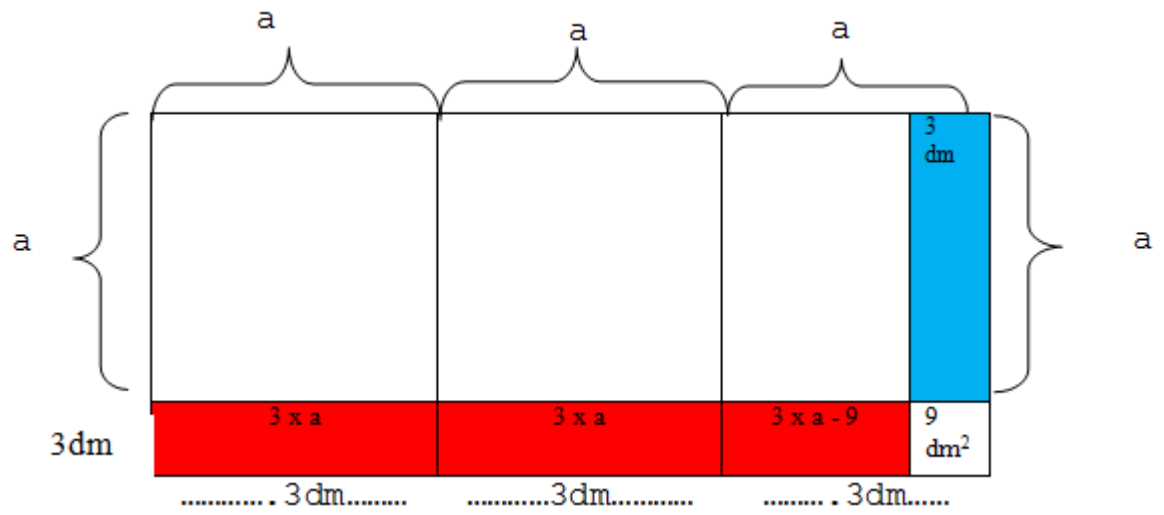
Mà diện tích tam giác BMN và CMN có chung cạnh đáy MN nên chiều cao hạ từ B xuống MN bằng chiều cao hạ từ C xuống MN .

Vậy MN song song với BC .

Bài 92. Một hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng thêm 3 dm và giảm chiều dài đi 3 dm thì diện tích hình chữ nhật mới tăng thêm 153dm^2 so với hình lúc đầu.

Tính diện tích hình chữ nhật lúc đầu ?

Lời giải



Gọi chiều rộng là: a

Diện tích phần mất đi (Phần màu xanh) là: $3 \times a$

Diện tích phần thêm (Phần màu đỏ) là: $(3 \times a) \times 2 + (3 \times a - 9) = 9 \times a - 9$

Diện tích tăng là:

$$(9 \times a - 9) - (3 \times a) = 153$$

$$(9 \times a - 3 \times a) - 9 = 153$$

$$6 \times a = 153 + 9$$

$$6 \times a = 162$$

$$a = 162 : 6$$

$$a = 27$$

Vậy chiều dài ban đầu là: $27 \times 3 = 81(\text{dm})$

Diện tích hình chữ nhật ban đầu : $27 \times 81 = 2187(\text{dm}^2)$

Đáp số: $2187(\text{dm}^2)$

Bổ sung cách 2 cho học sinh.

Theo bài ra ta có : Chiều rộng = $1/3$ chiều dài (1).

Diện tích tăng thêm sẽ là : $(CD-3) \times 3 - (CR \times 3) = 153(\text{dm}^2)$

$$3 \times CD - 9 - CR \times 3 = 153(\text{dm}^2)$$

$$3 \times CD - CR \times 3 = 153 + 9$$

$$3 \times (CD - CR) = 162$$

$$CD - CR = 162 : 3$$

$$CD - CR = 54 (2)$$

Từ (1) và (2) ta đưa bài toán về dạng tìm 2 số khi biết hiệu và tỉ số và ta có:

$$\text{Chiều rộng ban đầu} : 54 : (3 - 1) \times 1 = 27(\text{cm})$$

$$\text{Chiều dài ban đầu} : 54 : (3 - 1) \times 3 = 81(\text{cm})$$

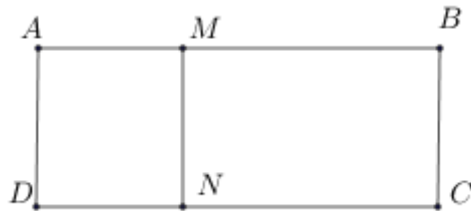
Diện tích ban đầu : $27 \times 81 = 2187(\text{dm}^2)$

Bài 93. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi 100 cm ($AB > BC$). Lấy điểm M trên cạnh AB , điểm N trên cạnh CD sao cho $AMND$ là hình vuông còn $BMNC$ là hình chữ nhật có chu vi 60 cm

a) Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$.

b) Tính diện tích các tam giác DMC

Lời giải



a. Vì $AMND$ là hình vuông có cạnh bằng chiều rộng hình chữ nhật $ABCD$ nên chu vi hình chữ nhật $BMNC$ chính bằng 2 lần chiều dài hình chữ nhật $ABCD$.

Chiều dài hình chữ nhật $ABCD$ là

$$60 : 2 = 30(\text{cm})$$

Chiều rộng hình chữ nhật $ABCD$ là

$$100 : 2 - 30 = 20(\text{cm}^2)$$

b. Diện tích tam giác DMC là

$$20 \times 30 : 2 = 300(\text{cm}^2)$$

Đáp số: a. Chiều dài: 30 cm; chiều rộng: 20 cm

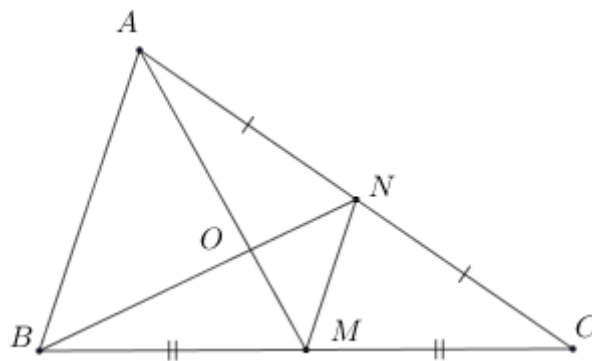
b. Diện tích 300 cm^2

Bài 94. Cho tam giác ABC có M là điểm nằm chính giữa của BC , N là điểm nằm chính giữa AC .

Hai đoạn AM và BN cắt nhau tại O . Biết rằng $BO = \frac{2}{3}BN$. Tính diện tích tam giác ABC

biết diện tích tam giác MON là 20 cm^2

Lời giải



Vì $BO = \frac{2}{3}BN$ nên $ON = \frac{1}{3}BN$

Ta có: $S_{OMN} = \frac{1}{3}S_{BMN}$ (Vì hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh M xuống BN và có $ON = \frac{1}{3}BN$)

Nên $S_{BMN} = 20 \times 3 = 60(\text{cm}^2)$

Ta có: $S_{BMN} = \frac{1}{2}S_{BNC}$ (Vì hai tam giác có chung đỉnh, chiều cao hạ từ đỉnh N xuống đáy BC và $BM = MC$)

Nên $S_{BNC} = 60 \times 2 = 120(\text{cm}^2)$

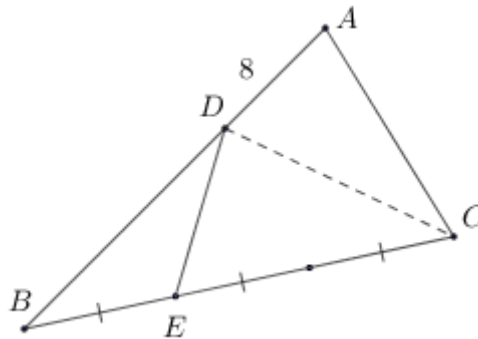
Mà : $S_{BNC} = \frac{1}{2} S_{ABC}$ (Vì hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh B xuống đáy AC và có đáy $AN = NC$)

Vậy $S_{ABC} = 120 \times 2 = 240(\text{cm}^2)$

Đáp số: $S_{ABC} = 240(\text{cm}^2)$

Bài 95. Cho tam giác ABC có diện tích $217,5 \text{ cm}^2$. Trên cạnh AB lấy điểm D , trên cạnh BC lấy điểm E , biết $AD = 8\text{cm}$, $BE = \frac{1}{3}BC$ và diện tích tam giác BDE là $14,55\text{cm}^2$. Tính độ dài AB .

Lời giải



Nối D với C ta có:

$$S_{BDE} = \frac{1}{3} S_{DBC} \text{ (Vì hai tam giác có chung chiều cao hạ từ đỉnh } D \text{ xuống } BC \text{ và đáy } BE = \frac{1}{3} BC \text{)}$$

$$BE = \frac{1}{3} BC$$

$$S_{DBC} = 14,55 \times 3 = 43,65(\text{cm}^2)$$

$$S_{ADC} = S_{ABC} - S_{DBC} = 217,5 - 43,65 = 173,85(\text{cm}^2)$$

Chiều cao tam giác ADC là:

$$173,85 \times 2 : 8 = 43,4625(\text{cm}^2)$$

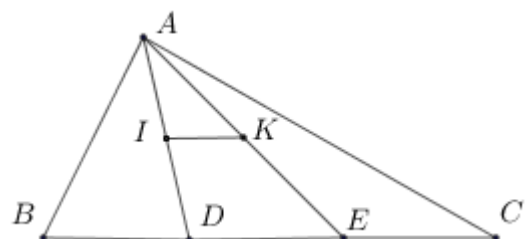
Chiều cao tam giác ADC cũng chính là chiều cao của tam giác ABC nên:

Độ dài đáy AB là:

$$217,5 \times 2 : 43,4625 = 10,0086(\text{cm})$$

Đáp số: $10,0086 \text{ cm}$

Bài 96. Cho hình vẽ bên. $BD = DE = EC$,
 $AI = ID$; $AK = KE$, Diện tích tam giác AIK là 20cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC .



Lời giải

Xét $\triangle AEI$ và $\triangle KEI$ chung đường cao hạ từ đỉnh I xuống AE

Và $AK = KE$ nên $S_{AIK} = S_{IKE}$

Xét $\triangle AEI$ và $\triangle IDE$ chung đường cao hạ từ đỉnh E xuống AD

Và $IA = ID$ nên $S_{AIE} = S_{IDE}$

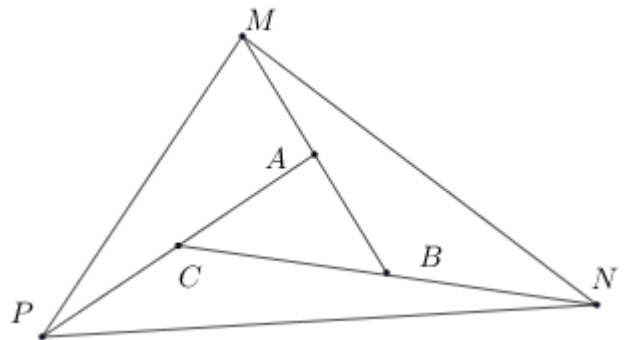
Mà $S_{AED} = S_{AEI} + S_{IED} = 2S_{AEI} = 2.2S_{AIK} = 4.20 = 80(cm^2)$

Xét $\triangle AED$ và $\triangle ABC$ chung đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC

Và $DE = \frac{1}{3}BC$ nên $S_{AED} = \frac{1}{3}S_{ABC}$

Suy ra $S_{ABC} = 3S_{AED} = 3.80 = 240(cm^2)$

Bài 97. Cho hình vẽ bên. Biết A là điểm chính giữa BM , B là điểm chính giữa CN , C là điểm chính giữa PA , diện tích tam giác ABC là $97cm^2$. Tính diện tích tam giác MNP .



Lời giải

Vì A là điểm chính giữa của MB nên $S_{AMC} = S_{ABC}$

Vì A là điểm chính giữa của MB nên $S_{ABN} = S_{AMN}$

Vì C là điểm chính giữa của AP nên $S_{AMC} = S_{MPC}$

Vì B là điểm chính giữa của CN nên $S_{PCB} = S_{PBN}$

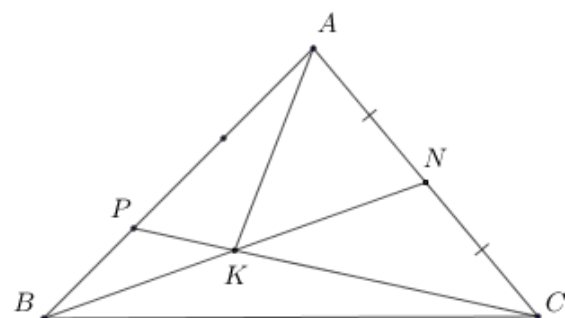
Suy ra $S_{ABC} = S_{ACM} = S_{MCP} = S_{PCB} = S_{PBN} = S_{ABN} = S_{MAN}$

Ta lại có $S_{ABC} + S_{ACM} + S_{MCP} + S_{PCB} + S_{PBN} + S_{ABN} + S_{MAN} = S_{MNP}$

Nên $S_{MNP} = 7.S_{ABC} = 7.97 = 679(cm^2)$.

Bài 98. Cho tam giác ABC có diện tích bằng $420cm^2$. Điểm N là điểm chính giữa cạnh AC . Trên cạnh AB lấy điểm P sao cho $AP = 3PB$. Đường thẳng BN và CP cắt nhau tại K . Tính diện tích tam giác BKC .

Lời giải



Xét N là điểm chính giữa của $AC \Rightarrow AN = NC = \frac{AC}{2}$

Suy ra

$$S_{ABN} = S_{BNC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = 210(cm^2)$$

$$\Rightarrow S_{NKC} + S_{BKC} = 210$$

Ta lại có $AP = 3PB \Rightarrow \begin{cases} S_{PAC} = 3S_{PBC} \\ S_{KAP} = 3S_{KBP} \end{cases}$

Suy ra $S_{PAC} - S_{KAP} = 3.(S_{PBC} - S_{KBP}) \Rightarrow S_{AKC} = 3S_{BKC} \Rightarrow S_{BKC} = \frac{1}{3} S_{AKC}$

Vì N là điểm chính giữa của AC nên $S_{AKN} = S_{NKC} = \frac{1}{2} S_{AKC}$

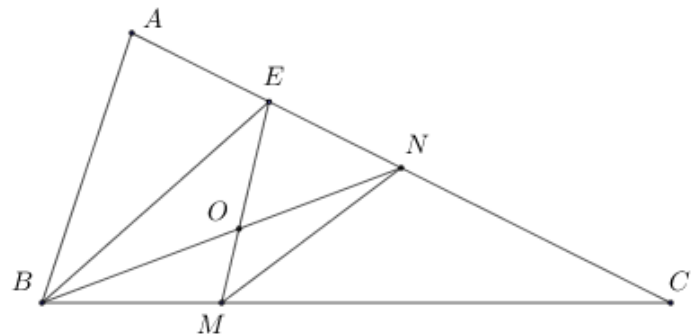
$$\Rightarrow S_{NKC} + S_{BKC} = \frac{1}{2} S_{AKC} + \frac{1}{3} S_{AKC}$$

$$\Rightarrow 210 = \frac{5}{6} S_{AKC} \Rightarrow S_{AKC} = \frac{210 \cdot 6}{5} = 252$$

$$\Rightarrow S_{BKC} = \frac{1}{3} S_{AKC} = \frac{252}{3} = 84(cm^2)$$

Bài 99.

Cho tam giác ABC có điểm N là điểm chính giữa cạnh AC , trong đó có hình thang $BMNE$ như hình vẽ. Nối B với N , nối E với M . Hai đoạn thẳng này gặp nhau ở điểm O .



- So sánh diện tích hai tam giác OBM và ONE
- So sánh diện tích hình tam giác EMC với diện tích hình $AEMB$.

Lời giải

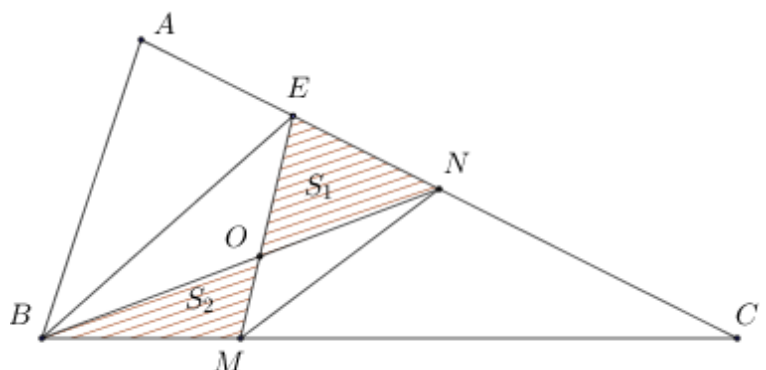
a. Trong hình thang $BENM$, các đường cao hạ từ M và N xuống đáy lớn BE là như nhau

Do đó $S_{EBM} = S_{EBN}$ (chung đáy BE và hai đường cao bằng nhau)

Mà

$$\begin{cases} S_{EBN} = S_{EON} + S_{EOB} \\ S_{EBM} = S_{OBM} + S_{EOB} \end{cases} \Rightarrow S_{EON} = S_{OBM}$$

b. Vì N là trung điểm cạnh AC nên



$$S_{ABN} = S_{BCN} \quad (1)$$

$$\text{Mà } S_{EMC} = S_{OMCN} + S_1 = S_{OMCN} + S_2 \quad (2)$$

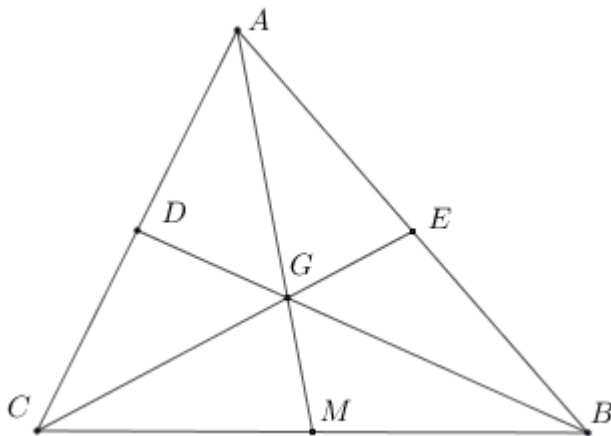
$$S_{AEMB} = S_{ABN} + S_2 - S_1 = S_{ABN} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $S_{AEMB} = S_{EMC}$.

Bài 100. Cho tam giác ABC có điểm D là điểm chính giữa cạnh AC , điểm E là điểm chính giữa cạnh AB . Hai đoạn thẳng BD và CE cắt nhau tại G (như hình vẽ)

a. So sánh diện tích hai tam giác GEB và GCD

b. So sánh diện tích hình tam giác GAB, GBC, GCA .



c. Kéo dài AG cắt BC ở điểm M . So sánh hai đoạn thẳng MB và MC

Lời giải

a. Hai tam giác BDA và BDC có chung chiều cao hạ từ B và đáy $DA = DC$. Do vậy

$$S_{BDA} = S_{BDC} \text{ Suy ra } S_{SBD} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

Tương tự ta có $EA = EB$. Vậy $S_{EAC} = S_{EBC}$

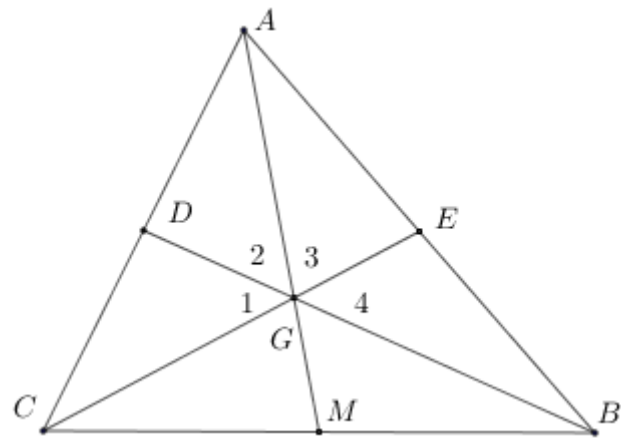
$$\text{Suy ra } S_{BEC} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

$$\text{Vậy } S_{CBD} = S_{BEC}$$

$$\text{Mà } S_{CBD} = S_{CGB} + S_{CDG}$$

$$S_{CBE} = S_{CGB} + S_{EBG}$$

$$\text{Nên } S_{CDG} = S_{EBG}$$



b. Ta có $EA = EB$, vậy $S_1 = S_2$ (hai tam giác có cùng đường cao kẻ từ G)

Tương tự $DA = DC$, suy ra $S_3 = S_4$

Theo câu a thì $S_1 = S_4$

Vậy $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$

Suy ra $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$

Vậy $S_{GAB} = S_{GAC}$

Cũng theo câu a ta có $S_{ABD} = S_{CBD}$ và $S_3 = S_4$ nên

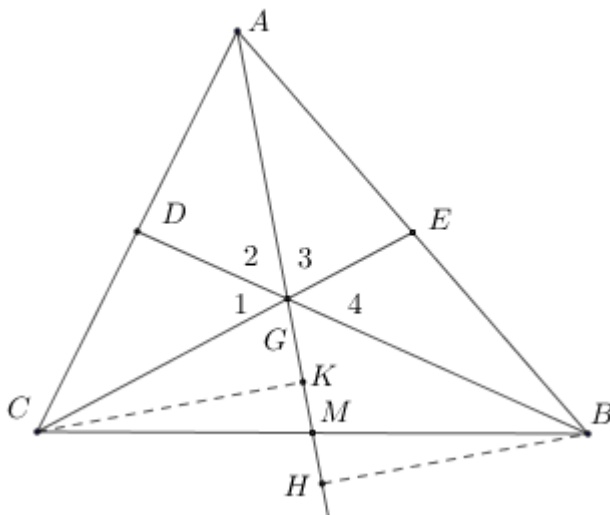
$$S_{ABD} - S_3 = S_{CBD} - S_4$$

Hay $S_{GAB} = S_{GBC}$

Hay $S_{GAB} = S_{GBC} = S_{GAC}$

c. Theo câu b ta có $S_{GAB} = S_{GAC}$

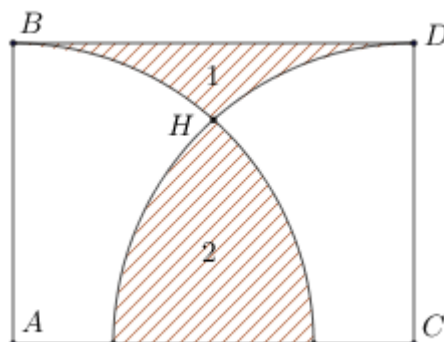
Hai tam giác $S_{GAB}; S_{GAC}$ có chung đáy GA nên các đường cao BH, CK bằng nhau



Suy ra $S_{BGM} = S_{CGM}$ (Hai tam giác có chung đáy GM)

Song hai tam giác này lại có chung đường cao từ G nên $BM = CM$

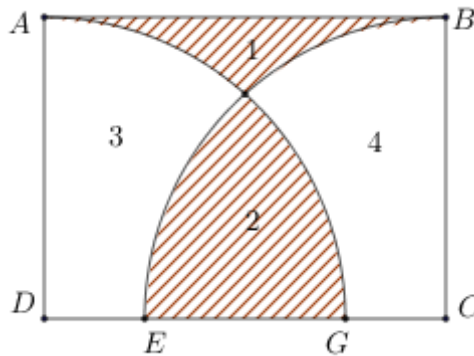
Bài 101. Cho hình vẽ $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 4cm$. Các đường tròn tâm A và tâm D cùng bán kính $r = AB$ cắt cạnh AD tại G và E .



a. So sánh diện tích hình 1 và hình 2 nếu diện tích hình chữ nhật bằng nửa diện tích hình tròn tâm A bán kính r .

b. Tính độ dài đoạn thẳng EG .

Lời giải



a. Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 4 \times AD$

Diện tích hình tròn tâm A bán kính $r = AB = 4\text{cm}$ là $S = \pi \times r^2 = 16\pi$

Mà $S_{ABCD} = \frac{1}{2}S \Rightarrow 4 \times AD = \frac{1}{2} \times 16 \times \pi$

Suy ra $4 \times AD = 8\pi \Rightarrow AD = 2\pi$

Ta có $S_{ABCD} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{1}{2}S$ (1)

$$\text{Mà } \begin{cases} S_2 + S_3 = \frac{1}{4}S \\ S_2 + S_4 = \frac{1}{4}S \end{cases} \Rightarrow S_2 + S_3 + S_2 + S_4 = \frac{1}{2}S \quad (2)$$

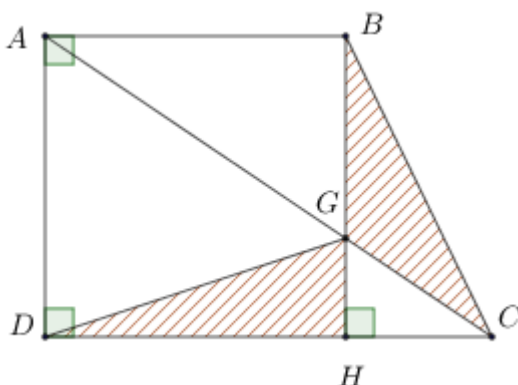
Từ (1)&(2) $S_2 + S_3 + S_2 + S_4 = S_1 + S_3 + S_2 + S_4 \Rightarrow S_1 = S_2$

b. Ta có $AD = 2r - EG$

Hay $2\pi = 2 \times 4 - EG \Rightarrow EG = 8 - 2\pi$

Suy ra $EG = 8 - 2 \times 3,14 = 1,72$

Bài 102. Cho hình thang vuông $ABCD$ có góc A và D vuông. Vẽ đường cao BH . AC cắt BH tại G . Hãy so sánh diện tích tam giác DGH và diện tích tam giác GBC .



Lời giải

Nối A với H ta có hai tam giác AHC, BHC có chung cạnh đáy HC .

Mà hai đường cao hạ từ A và B xuống HC bằng nhau (cùng bằng đường cao của hình thang $ABCD$)

Vì vậy $S_{AHC} = S_{BHC}$

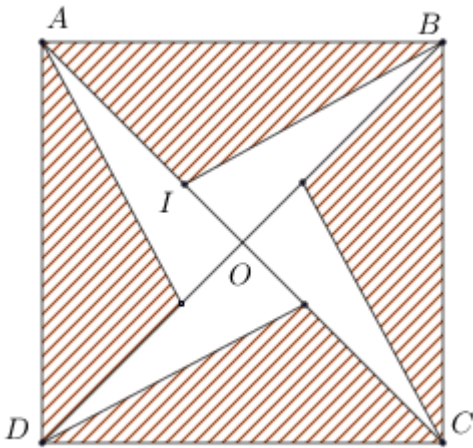
Do đó $S_{AGH} = S_{BGC}$ (cùng bớt phần GHC) (1)

Mà hai tam giác AGH và tam giác HGD có chung nhau đáy GH và hai đường cao hạ từ A và D xuống GH bằng nhau

Do đó $S_{GHD} = S_{AGH}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $S_{HDG} = S_{BGC}$

Bài 103. Trên một hình vuông trang trí một hình hoa bốn cánh là bốn tam giác bằng nhau (Hình vẽ). Cho biết hiệu số đo hai cạnh góc vuông OB và OI là 7cm , tổng diện tích phần còn lại của hình vuông (Phần gạch chéo) là 140cm^2 . Tính diện tích hình hoa?

**Lời giải**

Ta có $OB - OI = 7$ (1)

Ta có $AB = OB \times \sqrt{2} \Rightarrow S_{ABCD} = AB^2 = 2OB^2$

$$S_{hoa} = \frac{OB \times OI}{2} \times 4$$

$$S_{cheo} = S_{ABCD} - S_{hoa}$$

$$\text{Hay } 140 = 2OB^2 - \frac{OB \times OI}{2} \times 4$$

Kết hợp với (1)

$$\text{Suy ra } \begin{cases} OB = 10 \\ OI = 3 \end{cases} \Rightarrow S_{hoa} = 2OI \times OB = 60(\text{cm}^2)$$

Cách giải trên không phù hợp với học sinh Tiểu học, nên có thể giải lại như sau:

Theo bài ra ta có: 4 cánh hoa có diện tích bằng nhau. (1)

$$\text{Diện tích tam giác } OAB = OBC = OCD = ODA \text{ (Đều} = \frac{1}{4} \text{ABCD)} \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) \Rightarrow Diện tích mỗi phần gạch chéo là $140 : 4 = 35 \text{ Cm}^2$

$OA = OB$ (Đều bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông)

Mà $OB - OI = 7 \Rightarrow OA - OI = 7 \Rightarrow IA = 7$.

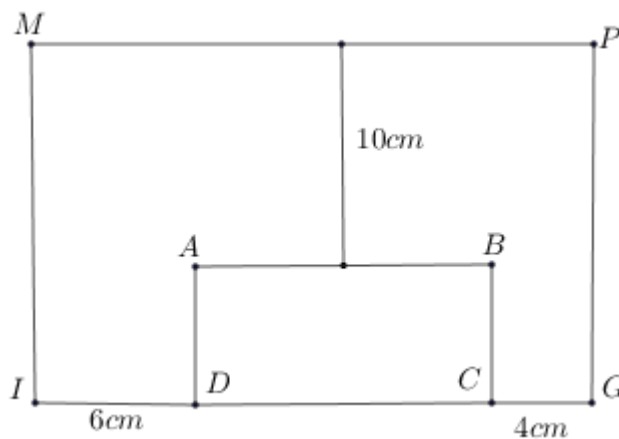
Tam giác IAB có đáy là AI , \Rightarrow đường cao $OB = 35 \times 2 : 7 = 10$.

$\Rightarrow OI = 7 - 10 = 3$.

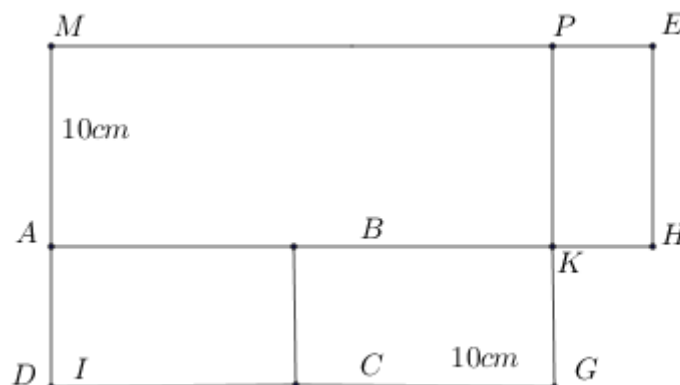
$$S_{IOB} = 10 \times 3 : 2 = 15 \text{ Cm}^2$$

$$\Rightarrow S_{Hoa} = 15 \times 4 = 60 \text{ Cm}^2.$$

Bài 104. Một sân chơi hình chữ nhật $ABCD$ chu vi $120m$. người ta dự kiến mở rộng sân chơi đó theo sơ đồ ở dưới, thành hình chữ nhật $MPGI$ rộng hơn. Tính diện tích phần mới mở thêm?



Lời giải



Ta đưa sân bóng hình chữ nhật $ABCD$ về 1 góc như hình trên, kéo dài MP một đoạn $PE = BC$, kéo dài AK một đoạn $KH = BC$, nối EH ta được hình chữ nhật $PEHK = BCGK$. Vì có chiều rộng $KH = KG$ và chiều dài $PK = CG = 10m$. Diện tích phần rộng bằng diện tích hình chữ nhật $AEMH$.

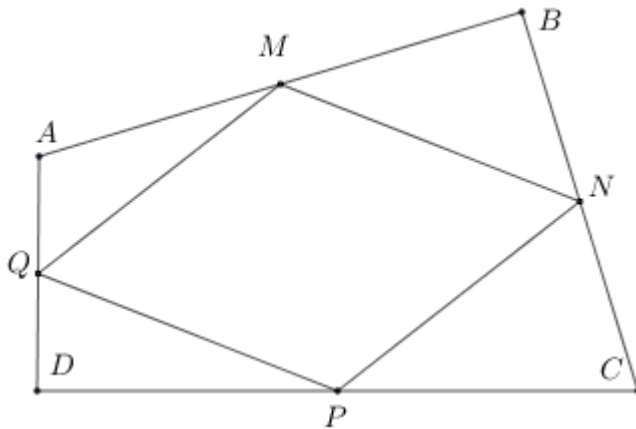
Chiều dài hình chữ nhật $ME = 120 : 2 + 10 = 20(m)$

Diện tích hình chữ nhật $AEMH$ (diện tích phần mới mở thêm) là:

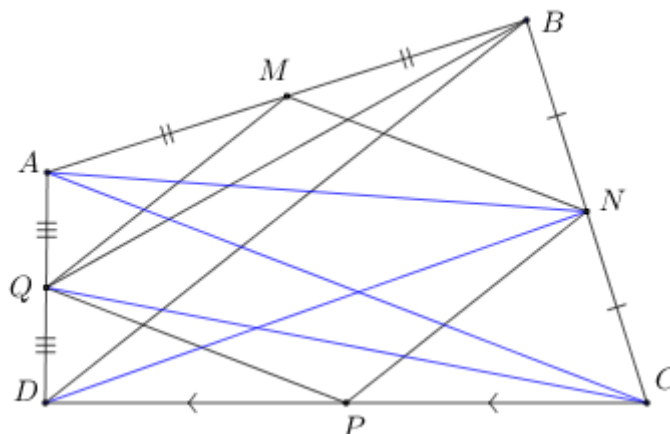
$$70 \times 10 = 700(m^2)$$

Đáp số: $700(m^2)$

Bài 105. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm chính giữa của các cạnh AB, BC, CD, DA (Hình vẽ). Hãy so sánh diện tích của tứ giác $MNPQ$ và diện tích của tứ giác $ABCD$.



Lời giải



Nối QB ta có: $S_{AQM} = S_{BQM}$ (Đáy $AM = BM$ và có chung chiều cao hạ từ Q). Suy ra

$$S_{AQM} = \frac{1}{2} S_{ABQ} \quad (1)$$

Nối DB ta có: $S_{AQB} = S_{BQD}$ (Có đáy $AQ = QD$ và có chung chiều cao hạ từ B).

Suy ra $S_{AQB} = \frac{1}{2} S_{ABD} \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra: $S_{AQM} = \frac{1}{4} S_{ADB}$

Nối AN và AC chứng minh tương tự ta có $S_{BMN} = \frac{1}{4} S_{ABC}$.

Nối DN chứng minh tương tự ta có $S_{CPN} = \frac{1}{4} S_{BDC}$

Nối CQ chứng minh tương tự ta có $S_{DPQ} = \frac{1}{4} S_{ADC}$

$$\text{Ta có: } S_{AQM} + S_{BMN} + S_{CPN} + S_{DQP} = \frac{1}{4}S_{ABC} + \frac{1}{4}S_{ABD} + \frac{1}{4}S_{BCD} + \frac{1}{4}S_{ADC}$$

$$S_{AQM} + S_{BMN} + S_{CPN} + S_{DQP} = \frac{1}{4}(S_{ABC} + S_{ABD} + S_{BCD} + S_{ADC})$$

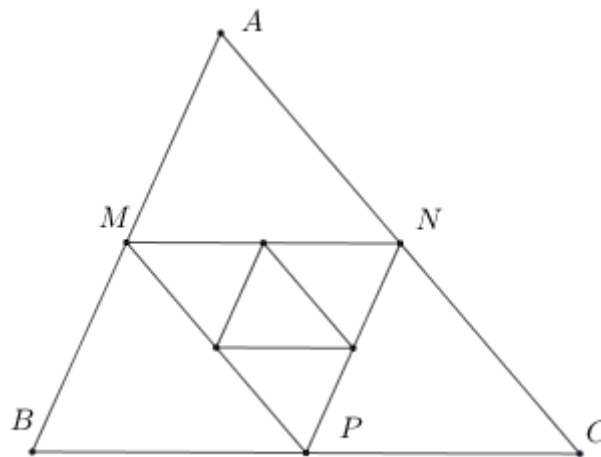
$$S_{AQM} + S_{BMN} + S_{CPN} + S_{DQP} = \frac{1}{4}(2S_{ABCD})$$

$$S_{AQM} + S_{BMN} + S_{CPN} + S_{DQP} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$$

$$\text{Suy ra } S_{MNPQ} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$$

Bài 106. Gọi ABC là tam giác thứ nhất. Nối điểm chính giữa các cạnh của tam giác ABC ta được tam giác thứ 2. Nối điểm chính giữa các cạnh của tam giác thứ hai ta được tam giác thứ 3. và cứ tiếp tục vẽ như vậy mãi. Hỏi:

- Có tất cả bao nhiêu tam giác trên hình khi ta vẽ như vậy đến tam giác thứ 10?
- Biết diện tích của tam giác thứ 3 là 15 cm^2 . Tính diện tích tam giác thứ nhất?



Lời giải

Khi nối điểm chính giữa các cạnh của tam giác ABC ta được tam giác thứ 2. Ta có số tam giác là: $1 + 4 \times 1 = 5$ (hình)

Khi nối điểm chính giữa các cạnh của tam giác thứ hai ta được tam giác thứ 3. Ta có số tam giác là: $1 + 4 \times 2 = 9$ (hình)

Khi nối điểm chính giữa các cạnh của tam giác thứ 10 ta được tam giác thứ 11. Ta có số tam giác là: $1 + 4 \times 9 = 37$ (hình)

Nối AP ta có: $S_{BMP} = S_{CNP} = \frac{1}{2}S_{APB}$ (Có đáy $BP = CP = \frac{1}{2}BC$ và có chung chiều cao hạ từ

A) (1)

Mặt khác $S_{APB} = \frac{1}{2}S_{ABC}$ (Có đáy $BP = \frac{1}{2}BC$ và có chung chiều cao hạ từ A) (2).

Nối BN Ta có $S_{AMN} = S_{CNP}$ (Có đáy $CN = AN$ và có chung chiều cao hạ từ B)

(3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $S_{BMP} = S_{CNP} = S_{AMN} = \frac{1}{4} S_{ABC}$.

Vậy $S_{MNP} = \frac{1}{4} S_{ABC}$.

Chứng minh tương tự ta có diện tích tam giác thứ 3 bằng $\frac{1}{4} S_{MNP}$.

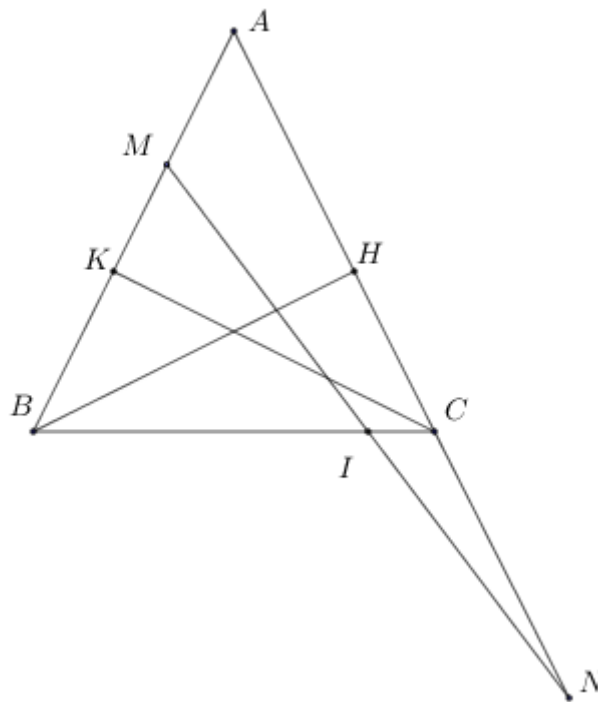
Diện tích tam giác MNP là: $15 \times 4 = 60 (cm^2)$

Diện tích tam giác ABC là: $60 \times 4 = 240 (cm^2)$

Đáp số: : **a. 37 hình; b. 240 cm^2**

Bài 107. Cho tam giác cân ABC cạnh AB bằng cạnh AC . Vẽ đường cao BH và CK . Trên cạnh AB lấy điểm M . Trên AC kéo dài về phía C lấy điểm N sao cho CN bằng BM . Nối M với N , đoạn MN cắt đáy BC tại I (hình vẽ).

- So sánh độ dài hai đoạn BH và CK ?
- So sánh diện tích tam giác MIC và diện tích tam giác NIC ?
- So sánh độ dài hai đoạn IM và IN ?



Lời giải

Tam giác ABC có: $S_{ABC} = AC \times BH : 2 = AB \times CK : 2$

mà $AB = AC$ suy ra $BH = CK$

Nối BN và CM ta có $S_{BNC} = S_{BMC}$ (đáy $BM = CN$ và chiều cao $BH = CK$)

mà hai tam giác này có chung đáy BC nên chiều cao hạ từ N xuống đáy BC bằng chiều cao hạ từ M xuống đáy BC ($NE = ME$)

$$S_{BDI} = S_{BNI} \text{ (cùng đáy } BI \text{ và chiều cao } NE = MF \text{)}$$

$$\text{Vậy } S_{MIC} = S_{NIC}$$

Ta có $S_{MIC} = S_{NIC}$ mà hai tam giác này có chung chiều cao hạ từ C xuống đáy MN suy ra $MI = NI$

Bài 108. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Đoạn thẳng AC cắt đoạn thẳng BD tại O (hình vẽ):

- So sánh diện tích hai hình tam giác DAO và BCO .
- Biết diện tích hình tam giác BAO bằng 1cm^2 và diện tích hình tam giác DCO bằng 4cm^2 . Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Tính tỉ số hai đáy của hình thang $\frac{AB}{CD}$?

Lời giải:

a) Ta có $S_{ADC} = S_{BDC}$ (chung đáy DC và chiều cao từ đỉnh A bằng chiều cao từ đỉnh B)

$$\text{Mà } S_{ADC} = S_{ODC} + S_{DAO};$$

$$S_{BDC} = S_{ODC} + S_{BCO} \text{ nên } S_{DAO} = S_{BCO}$$

b) Ta có: $\frac{S_{DAO}}{S_{ABO}} = \frac{DO}{OB}$ (Hai tam giác

chung đường cao hạ từ đỉnh A)

Ta lại có: $\frac{S_{ODC}}{S_{BCO}} = \frac{DO}{OB}$ (Hai tam giác chung đường cao hạ từ đỉnh C)

$$\text{Bởi vậy } \frac{S_{DAO}}{S_{ABO}} = \frac{S_{ODC}}{S_{BCO}} = \frac{DO}{OB}$$

Coi diện tích hai hình tam giác DAO và BCO là a thì ta có: $\frac{a}{1} = \frac{4}{a}$ hay $a \times a = 4$

$$\text{Do } 4 = 2 \times 2 \text{ nên } S_{DAO} = S_{BCO} = 2\text{cm}^2$$

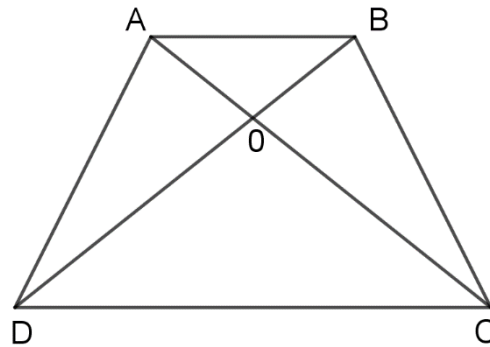
$$S_{ABCD} = S_{ABO} + S_{ODC} + S_{DAO} + S_{BOC} = 1\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2 + 2\text{cm}^2 + 2\text{cm}^2 = 9\text{cm}^2$$

c) Từ phần b) ta có:

$$S_{ABD} = 1\text{cm}^2 + 2\text{cm}^2 = 3\text{cm}^2 \text{ và } S_{BCD} = 2\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2 = 6\text{cm}^2$$

Mà hai tam giác này có chiều cao hạ xuống các đáy AB và DC là bằng nhau nên

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BCD}} = \frac{AB}{DC} \text{ Vậy } \frac{AB}{DC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$



Bài 109. Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = \frac{1}{3}AB$. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho E là điểm chính giữa cạnh BC .

a) Chứng tỏ rằng $S_{MNCB} = \frac{5}{6}S_{ABC}$

b) Chứng tỏ rằng $S_{AMN} = S_{EMB}$

c) Biết $S_{ABC} = 24cm^2$. Tính S_{EMN}

Lời giải:

a) Ta có $S_{ABN} = \frac{1}{4}S_{ABC}$ (Vì $AN = \frac{1}{4}AC$ và chung đường cao hạ từ đỉnh B)

Ta lại có $BM = \frac{1}{3}AB$ nên $AM = \frac{2}{3}AB$

Nên $S_{AMN} = \frac{2}{3}S_{ABN}$ (Chung đường cao hạ từ đỉnh N)

$$\text{Vậy } S_{AMN} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{1}{6}S_{ABC} \quad (1)$$

$$\text{Nên } S_{MNCB} = S_{ABC} - S_{AMN} = S_{ABC} - \frac{1}{6}S_{ABC} = \frac{5}{6}S_{ABC}$$

b) Ta có $S_{ABE} = \frac{1}{2}S_{ABC}$ (Chung đường cao hạ từ đỉnh A và đáy $BE = \frac{1}{2}BC$)

A và đáy $BE = \frac{1}{2}BC$)

$$S_{BME} = \frac{1}{3}S_{ABE} \quad (\text{Chung đường cao hạ từ đỉnh } E \text{ và đáy } BM = \frac{1}{3}AB)$$

$$\text{Nên } S_{BME} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}S_{ABC} = \frac{1}{6}S_{ABC} \quad (2)$$

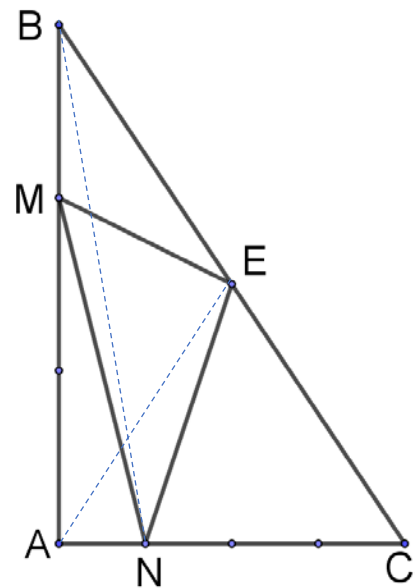
Từ (1) và (2) ta có $S_{AMN} = S_{EMB}$

c) Tương tự như trên ta có $S_{ENC} = \frac{3}{8}S_{ABC}$

$$S_{EMN} = S_{ABC} - S_{BME} - S_{AMN} - S_{ENC}$$

$$S_{EMN} = S_{ABC} - \frac{1}{6}S_{ABC} - \frac{1}{6}S_{ABC} - \frac{3}{8}S_{ABC} = \frac{7}{24}S_{ABC}$$

$$S_{EMN} = 24cm^2 \times \frac{7}{24} = 7cm^2$$



Bài 110. Cho tam giác ABC . Trên AB lấy D và E sao cho $AD = DE = EB$. Trên AC lấy H và K sao cho $AH = HK = KC$. Trên BC lấy M và N sao cho $BM = MN = NC$. (hình vẽ)

a) So sánh diện tích hình tam giác EBM và ADH .

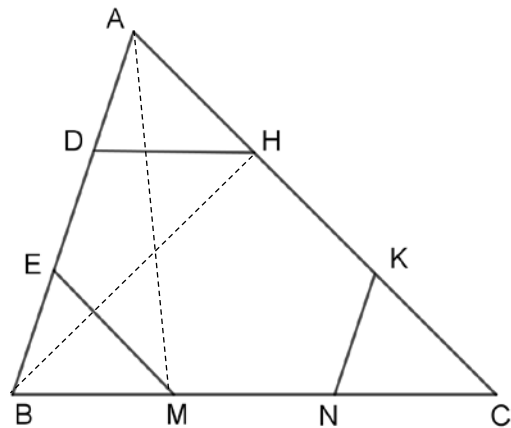
b) Biết diện tích tam giác ABC bằng 360cm^2 . Tính diện tích hình $DEMKNH$.

Lời giải:

a) Ta có $S_{ABM} = \frac{1}{3}S_{ABC}$ (Chung đường cao hạ từ đỉnh M và đáy $BM = \frac{1}{3}BC$)

Ta lại có $S_{EBM} = \frac{1}{3}S_{ABM}$ (Chung đường cao hạ từ đỉnh M và đáy $BE = \frac{1}{3}AB$)

Vậy nên: $S_{EBM} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} S_{ABC} = \frac{1}{9} S_{ABC}$ (1)



Tương tự:

Ta có $S_{ABH} = \frac{1}{3}S_{ABC}$ (Chung đường cao hạ từ đỉnh B và đáy $AH = \frac{1}{3}AC$)

Ta lại có $S_{ADH} = \frac{1}{3}S_{ABH}$ (Chung đường cao hạ từ đỉnh H và đáy $AD = \frac{1}{3}AB$)

Vậy nên: $S_{ADH} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} S_{ABC} = \frac{1}{9} S_{ABC}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $S_{ADH} = S_{EBM}$

b) Chứng minh tương tự như vậy ta cũng có $S_{CKN} = S_{ADH} = S_{EBM} = \frac{1}{9}S_{ABC} = 360\text{cm}^2 : 9 = 40\text{cm}^2$

$$S_{DEMKNH} = S_{ABC} - (S_{ADH} + S_{EBM} + S_{CKN})$$

$$S_{DEMKNH} = 360\text{cm}^2 - 40\text{cm}^2 \times 3 = 240\text{cm}^2$$

Bài 111. Cho hình chữ nhật $ABCD$. I là điểm chính giữa cạnh AB . Nối D với I , đoạn thẳng DB cắt đoạn IC tại K (hình vẽ).

a) Chứng tỏ rằng $S_{DIB} = \frac{1}{2}S_{DBC}$

b) Kẻ IP vuông góc với DB ; kẻ CQ vuông góc với DB .

Chứng tỏ rằng $S_{DIC} = 3S_{DIK}$

c) Biết $S_{DIK} = 8\text{cm}^2$. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$

Lời giải:

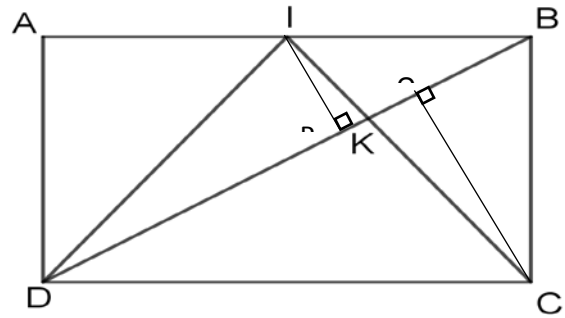
a) Xét hai tam giác ABD và DIB có:

- Chung đường cao hạ từ đỉnh D .

- Đáy $IB = \frac{1}{2}AB$

Nên $S_{DIB} = \frac{1}{2}S_{ABD}$

Mà $S_{ABD} = S_{CDB}$ nên $S_{DIB} = \frac{1}{2}S_{DBC}$ (1)



b) Từ (1) ta có $IP = \frac{1}{2}CQ$ (Đường cao của hai tam giác DIB và DBC cùng hạ xuống đáy BD)

Xét hai tam giác DIK và CKD có:

- Chung đáy DK .

- Đường cao $IP = \frac{1}{2}CQ$.

Nên $S_{DIK} = \frac{1}{2}S_{CKD}$ hay $S_{DIC} = S_{DIK} \times 3$ (2)

c) Từ (2) ta có $S_{DIC} = 8cm^2 \times 3 = 24cm^2$

$S_{ABCD} = 24cm^2 \times 2 = 48cm^2$

Bài 112. Cho tam giác ABC , M là một điểm trên cạnh AB sao cho $BM = \frac{1}{3}BC$. Nối AM . K là một

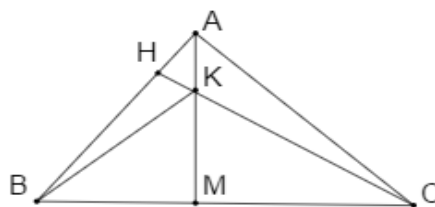
điểm trên đoạn thẳng AM sao cho $AK = \frac{1}{4}AM$. Nối BK, CK .

a) Tính tỉ số diện tích tam giác MKC và tam giác BKC .

b) Tính tỉ số diện tích tam giác MKC và tam giác AKC .

c) Kéo dài CK cắt AB tại H . Tính tỉ số $\frac{AH}{BH}$.

Lời giải



a) Tính tỉ số diện tích tam giác MKC và tam giác BKC .

Thấy $S_{MKC} = \frac{2}{3}S_{BKC}$ (vì chung đường cao hạ từ K xuống và đáy $MC = \frac{2}{3}BC$). (1)

b) Tính tỉ số diện tích tam giác MKC và tam giác AKC .

Thấy $S_{AKC} = \frac{1}{3}S_{MKC}$ (vì chung đường cao hạ từ C xuống đáy, mà đáy $AK = \frac{1}{3}MK$). (2)

c) Kéo dài CK cắt AB tại H . Tính tỉ số $\frac{AH}{BH}$.

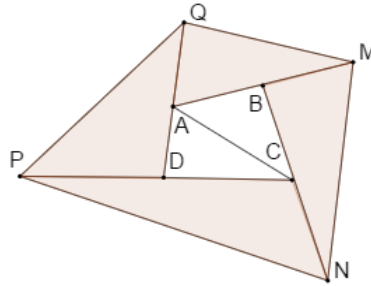
Từ (1) và (2), ta có: $S_{AKC} = \frac{2}{9} S_{BMK}$

Xét tam giác AHC và tam giác BHC có chung đáy HC , đường cao hạ từ $A = \frac{2}{9}$ đường cao

hạ từ B nên: $S_{AHC} = \frac{2}{9} S_{BHC}$.

Ta lại có: Tam giác AHC và tam giác BHC có chung đường cao hạ từ C nên: $\frac{AH}{BH} = \frac{2}{9}$.

Bài 113. Một mảnh vườn hình tứ giác $ABCD$, người ta mở rộng vườn về các phía bằng cách kéo dài cạnh AB (về phía B), cạnh BC (về phía C), cạnh CD (về phía D), cạnh DA (về phía A) và trên các đường kéo dài ấy lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho: $BM = AB$, $DP = CD$, $CN = CB$, $AQ = DA$. Nối C với A , C với M (xem hình).



- Chứng minh hai tam giác MBC và tam giác ABC có diện tích bằng nhau.
- Tính tỉ số diện tích tam giác BMN và tam giác ABC .
- Tính diện tích mảnh vườn $MNPQ$ biết diện tích tam giác $ABCD$ là 50 m^2 .

Lời giải

- Chứng minh hai tam giác MBC và tam giác ABC có diện tích bằng nhau.

Thấy $S_{BMC} = S_{ABC}$ (chung đường cao hạ từ C , đáy $AB = BM$). (1)

- Tính tỉ số diện tích tam giác BMN và tam giác ABC

Thấy $S_{BMC} = S_{MCN}$ (chung đường cao hạ từ M , đáy $BC = CN$) (2)

Từ (1) và (2), ta có: $S_{BMN} = 2 \times S_{ABC}$ (3)

- Tính diện tích mảnh vườn $MNPQ$ biết diện tích tam giác $ABCD$ là 50 m^2

Nối P với A

Thấy $\begin{cases} S_{ADC} = S_{ADP} \\ S_{ADP} = S_{APQ} \end{cases}$ Vậy $S_{ADP} + S_{APQ} = 2 \times S_{ADC} \Rightarrow S_{PQD} = 2 \times S_{ADC}$ (4)

Tương tự: $S_{AQM} = 2 \times S_{ABC}$ (5)

$S_{PCN} = 2 \times S_{BDC}$ (6)

Từ (1), (3), (4), (5), (6), ta có:

$$S_{MNPQ} = S_{ABCD} + S_{AQM} + S_{PDQ} + S_{BMN} + S_{PCN}$$

$$S_{MNPQ} = S_{ABCD} + 2 \times S_{ABD} + 2 \times S_{ADC} + 2 \times S_{ABC} + 2 \times S_{BCD}$$

$$S_{MNPQ} = S_{ABCD} + 2 \times S_{ABCD} + 2 \times S_{ABCD}$$

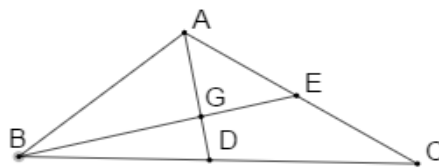
$$S_{MNPQ} = 5 \times S_{ABCD}$$

$$S_{MNPQ} = 5 \times 50$$

$$S_{MNPQ} = 250m^2$$

Bài 114. Cho tam giác ABC . D là điểm chính giữa của cạnh BC , E là điểm chính giữa của cạnh CA , AD cắt BE tại G . Hãy chứng tỏ AG gấp đôi GD .

Lời giải



Nối C với G cắt AB tại F .

$$\text{Ta có: } S_{ADC} = S_{BCE} = \frac{1}{2} S_{ABC}.$$

$$\text{Mà } S_{ADC} \text{ và } S_{BCE} \text{ có chung } S_{ECDG} \text{ nên } S_{AGE} = S_{BDG} \quad (1)$$

$$\text{Thấy } S_{AGE} = S_{GEC} \text{ (chung đường cao hạ từ } G, \text{ đáy } AE = EC). \quad (2)$$

$$S_{BGD} = S_{GDC} \text{ (chung đường cao hạ từ } G, \text{ đáy } DC = BD). \quad (3)$$

Từ (1),(2),(3), ta có:

$$S_{BGD} = \frac{1}{3} (S_{BGD} + S_{GDC} + S_{GDC})$$

$$S_{BGD} = \frac{1}{3} S_{BEC} \text{ mà } S_{BEC} = \frac{1}{2} S_{ABC} \text{ nên } S_{BGD} = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

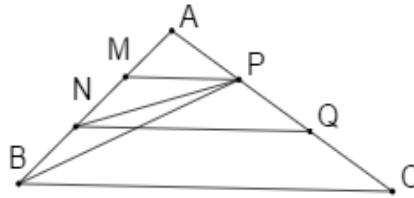
$$\text{Thấy } S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABC} \text{ nên } S_{BDG} = \frac{1}{3} S_{ABD}.$$

$$\text{Xét } S_{BDG} \text{ và } S_{ABD} \text{ (có chung đường cao hạ từ } B, \text{ đáy } DG = \frac{1}{3} DA).$$

$$\text{Vậy } AG = 2 \times GD.$$

Bài 115. Một hình tam giác ABC có diện tích $2010m^2$. Trên cạnh AB lấy hai điểm M, N sao cho $AM = MN = NB$. Trên cạnh AC lấy điểm P, Q sao cho $AP = PQ = QC$. Tính diện tích $MNPQ$.

Lời giải



Nối N với P ; P với B

Thấy $S_{APM} = \frac{1}{3}S_{ABP}$ (chung đường cao hạ từ P , đáy $AM = \frac{1}{3}AB$) (1)

$$S_{ABP} = \frac{1}{3}S_{ABC} \text{ (chung đường cao hạ từ } B, \text{ đáy } AP = \frac{1}{3}AC \text{)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có: $S_{AMP} = \frac{1}{9}S_{ABC}$

$$\text{Thấy } \begin{cases} S_{AMP} = S_{MPN} \\ S_{APN} = S_{NPQ} \end{cases} \Rightarrow S_{AMP} = \frac{1}{2}S_{ANP}$$

Ta lại có: $S_{MNPQ} = S_{MNP} + S_{NPQ}$

$$S_{MNPQ} = S_{AMP} + S_{APN}$$

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{9}S_{ABC} + 2 \times S_{AMP}$$

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{9}S_{ABC} + \frac{2}{9}S_{ABC}$$

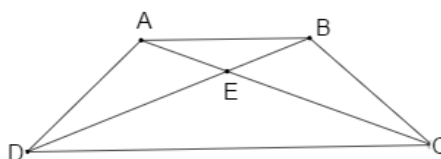
$$S_{MNPQ} = \frac{1}{3}S_{ABC}$$

$$\text{Vậy } S_{MNPQ} = \frac{1}{3} \times 2010 = 670m^2$$

Bài 116. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Biết $AB = 15$ cm, $CD = 20$ cm, chiều cao hình thang là 14 cm. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau ở E .

- Tính diện tích hình thang $ABCD$.
- Tính diện tích tam giác CED .
- Chứng minh hai tam giác AED và BEC có diện tích bằng nhau.

Lời giải



- Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Diện tích hình thang $ABCD$ là:

$$\left[(15 + 20) \times 14 \right] : 2 = 245 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Tính diện tích tam giác CED .

Ta có tam giác ABC và tam giác ADC là hai tam giác có chung đường cao chính là đường cao của hình thang $ABCD$ nên tỉ số diện tích của chúng bằng tỉ số của cạnh AB và cạnh CD .

$$\text{Vậy } \frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{AB}{CD} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}.$$

Hai tam giác ABC và tam giác ADC lại có chung cạnh đáy AC nên $\frac{3}{4}$ là tỉ lệ chiều cao của hai tam giác và là tỉ lệ diện tích tam giác BEC và tam giác DEC .

Diện tích tam giác BCD là:

$$14 \times 20 : 2 = 140 (\text{cm}^2).$$

Diện tích tam giác DEC là:

$$140 : (3 + 4) \times 4 = 80 (\text{cm}^2).$$

c) Chứng minh hai tam giác AED và BEC có diện tích bằng nhau.

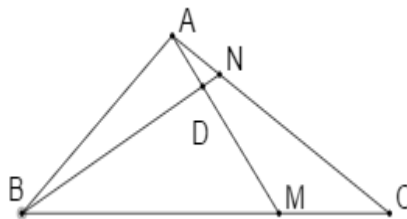
Ta có: $S_{ACD} = S_{BCD}$ (hai tam giác có chung cạnh đáy CD và chung chiều cao).

$$\text{Mà: } S_{ACD} = S_{DEC} + S_{AED} \text{ và } S_{BCD} = S_{DEC} + S_{BEC}.$$

$$\text{Nên } S_{AED} = S_{BEC}.$$

Bài 117. Cho tam giác ABC , điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 2 \times MC$, điểm N trên cạnh CA sao cho $CN = 3 \times NA$. Gọi D là giao điểm của AM và BN . Tính diện tích tam giác ABC nếu biết diện tích tam giác AND bằng 10 cm^2 .

Lời giải



Ta có: $CN = 3 \times NA$ hay $CA = 4 \times NA$.

$$S_{AND} = \frac{1}{4} \times S_{ADC} \text{ (tam giác } AND \text{ và tam giác } ADC \text{ có chung đường cao kẻ từ } D \text{ và có}$$

$$CA = 4 \times NA)$$

$$\text{Vậy } S_{ADC} = 4 \times S_{AND} = 4 \times 10 = 40 (\text{cm}^2).$$

Ta lại có: $S_{AMC} = \frac{1}{2} \times S_{AMB}$ (vì $BM = 2 \times MC$ và chung đường cao kẻ từ A). Mà hai tam giác AMC và tam giác AMB có chung cạnh AM nên đường cao kẻ từ B gấp 2 lần chiều cao kẻ từ C xuống AM .

Hai đường cao này cũng là hai đường cao của tam giác ADB và tam giác ADC .

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \times S_{ADB} \Rightarrow S_{ADB} = 2 \times S_{ADC} = 40 \times 2 = 80 (\text{cm}^2).$$

$$S_{ANB} = S_{AND} + S_{ADB} = 10 + 80 = 90 (\text{cm}^2).$$

Mà $S_{ANB} = \frac{1}{4} \times S_{ABC}$ (hai tam giác này có $CA = 4 \times NA$, chung đường cao kẻ từ B).

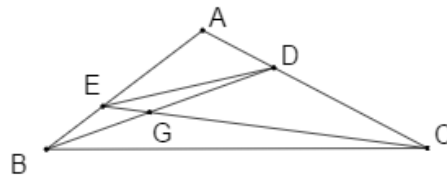
$$\text{Vậy } S_{ABC} = 90 \times 4 = 360 (\text{cm}^2).$$

Bài 118. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE = \frac{2}{3} \times AB$. Trên cạnh AC lấy

điểm D sao cho $AD = \frac{1}{3} \times AC$.

- Nối D với B . Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABD và ABC .
- Nối E với D . Tính diện tích tam giác ABC biết diện tích tam giác AED là 4cm^2 .
- Nối C với E , CE cắt BD tại G . Tính tỉ số độ dài hai đoạn thẳng EG và CG .

Lời giải



- Nối D với B . Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABD và ABC .

Xét tam giác ABD và tam giác ABC có: $AD = \frac{1}{3} \times AC$ và chung chiều cao hạ từ B xuống

cạnh AC nên $S_{ABD} = \frac{1}{3} \times S_{ABC}$.

- Nối E với D . Tính diện tích tam giác ABC biết diện tích tam giác AED là 4cm^2 .

Xét tam giác AED và tam giác AEC có: $AD = \frac{1}{3} \times AC$ và chung chiều cao hạ từ E xuống

cạnh AC nên $S_{AED} = \frac{1}{3} \times S_{AEC}$. Vậy diện tích tam giác AEC là:

$$4 : \frac{1}{3} = 12 (\text{cm}^2).$$

Xét tam giác ABC và tam giác AEC có: $AE = \frac{2}{3} \times AB$ và chung chiều cao hạ từ C xuống

AB nên $S_{AEC} = \frac{2}{3} \times S_{ABC}$. Vậy diện tích tam giác ABC là:

$$12 : \frac{2}{3} = 36 (\text{cm}^2).$$

Vậy diện tích tam giác ABC là 36cm^2 .

- Nối C với E , CE cắt BD tại G . Tính tỉ số độ dài hai đoạn thẳng EG và CG .

Ta có $AE = \frac{2}{3} \times AB$ hay $EB = \frac{1}{3} \times AB$ nên $S_{BDE} = \frac{1}{3} \times S_{BDA}$.

Và $S_{ABD} = \frac{1}{3} \times S_{ABC}$ hay $S_{ABD} = \frac{1}{2} \times S_{CBD}$.

Vậy $S_{BDE} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times S_{BDC} = \frac{1}{6} \times S_{BDC}$.

Hai tam giác BDE và BDC có chung cạnh đáy BD nên đường cao kẻ từ E bằng $\frac{1}{6}$ đường cao kẻ từ C xuống BD .

Xét hai tam giác DGE và tam giác DGC có cạnh đáy chung là DG và đường cao kẻ từ E bằng $\frac{1}{6}$ đường cao kẻ từ C xuống DG nên $S_{DGE} = \frac{1}{6} \times S_{DGC}$. Mặt khác hai tam giác này có chung đường cao kẻ từ D nên $EG = \frac{1}{6} \times CG$.

Vậy $EG = \frac{1}{6} \times CG$.

Bài 119. Cho tam giác ABC có diện tích 64 cm^2 . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{1}{4} \times AB$.

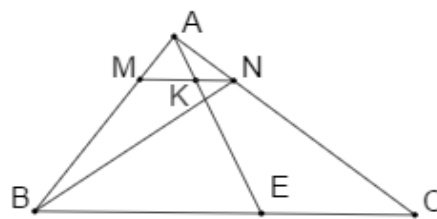
Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $AN = \frac{1}{4} \times AC$. Nối B với N .

a) Tính diện tích tam giác BNC .

b) Tính tỉ số diện tích hai tam giác AMN và tam giác ABC .

c) Qua A vẽ một đường thẳng cắt MN ở K và cắt BC ở E . Tính tỉ số $\frac{KE}{AK}$.

Lời giải



a) Tính diện tích tam giác BNC .

Vì $AN = \frac{1}{4} \times AC$ nên $CN = \frac{3}{4} \times AC$.

Vậy $S_{BNC} = \frac{3}{4} \times S_{ABC}$ (vì có chung chiều cao hạ từ B xuống AC và đáy $CN = \frac{3}{4} \times AC$).

Vậy $S_{BNC} = \frac{3}{4} \times 64 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$.

b) Tính tỉ số diện tích hai tam giác AMN và tam giác ABC .

$$S_{AMN} = \frac{1}{4} \times S_{ABN} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ } N \text{ xuống } AB \text{ và đáy } AM = \frac{1}{4} \times AB \text{)}.$$

$$S_{ABN} = \frac{1}{4} \times S_{ABC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ } B \text{ xuống } AC \text{ và đáy } AN = \frac{1}{4} \times AC \text{)}.$$

$$\text{Vậy } S_{AMN} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times S_{ABC} = \frac{1}{16} \times S_{ABC} \text{ hay } \frac{KE}{KA} = 3 \quad \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16}.$$

c) Qua A vẽ một đường thẳng cắt MN ở K và cắt BC ở E . Tính tỉ số $\frac{KE}{AK}$.

Nối EM, EN .

$$S_{AEM} = \frac{1}{4} \times S_{ABE} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ } E \text{ xuống } AB \text{ và đáy } AM = \frac{1}{4} \times AB \text{)}.$$

$$S_{ANE} = \frac{1}{4} \times S_{ACE} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ } E \text{ xuống } AC \text{ và đáy } AN = \frac{1}{4} \times AC \text{)}.$$

$$\text{Vậy } S_{AMEN} = \frac{1}{4} \times S_{ABC}.$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16}.$$

$$\text{Vậy } S_{MEN} = S_{AMEN} - S_{AMN} = \frac{3}{16} \times S_{ABC}.$$

$$\text{Suy ra } S_{MEN} = 3 \times S_{AMN}.$$

Hai tam giác MEN và AMN lại chung đáy MN nên chiều cao sẽ gấp 3 lần AH .

$$\text{Vậy } S_{EMK} = 3 \times S_{AMK} \text{ (chung đáy } MK \text{)}.$$

Tam giác EMK và tam giác AMK lại có chung chiều cao hạ từ M xuống AE nên

$$KE = 3 \times AK \text{ hay } \frac{KE}{KA} = 3.$$