

CÁC DẠNG TOÁN VỀ DÃY SỐ Ở TIỂU HỌC

Dạng 1. QUY LUẬT VIẾT DÃY SỐ:

* Kiến thức cần lưu ý (cách giải):

Trước hết ta cần xác định quy luật của dãy số.

Những quy luật thường gặp là:

+ Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng trước nó cộng (hoặc trừ) với 1 số tự nhiên d ;

+ Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng trước nó nhân (hoặc chia) với 1 số tự nhiên q khác 0;

+ Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ ba) bằng tổng hai số hạng đứng trước nó;

+ Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ tư) bằng tổng của số hạng đứng trước nó cộng với số tự nhiên d cộng với số thứ tự của số hạng ấy;

+ Số hạng đứng sau bằng số hạng đứng trước nhân với số thứ tự;

v . . . v

1. Loại 1: Dãy số cách đều:

Bài 1:

Viết tiếp 3 số:

a, 5, 10, 15, ...

b, 3, 7, 11, ...

Giải:

a, Vì: $10 - 5 = 5$

$15 - 10 = 5$

Dãy số trên 2 số hạng liên nhau hơn kém nhau 5 đơn vị. Vậy 3 số tiếp theo là:

$15 + 5 = 20$

$20 + 5 = 25$

$25 + 5 = 30$

Dãy số mới là:

5, 10, 15, 20, 25, 30.

b, $7 - 3 = 4$

$11 - 7 = 4$

Dãy số trên 2 số hạng liên nhau hơn kém nhau 4 đơn vị. Vậy 3 số tiếp theo là:

$11 + 4 = 15$

$15 + 4 = 19$

$19 + 4 = 23$

Dãy số mới là:

3, 7, 11, 15, 19, 23.

Dãy số cách đều thì hiệu của mỗi số hạng với số liền trước luôn bằng nhau

1. Loại 2: Dãy số khác:

Bài 1:

Viết tiếp 3 số hạng vào dãy số sau:

a, 1, 3, 4, 7, 11, 18, ...

b, 0, 2, 4, 6, 12, 22, ...

c, 0, 3, 7, 12, ...

d, 1, 2, 6, 24, ...

Giải:

a, Ta nhận xét: $4 = 1 + 3$

$$7 = 3 + 4$$

$$11 = 4 + 7$$

$$18 = 7 + 11$$

...

Từ đó rút ra quy luật của dãy số là: Mỗi số hạng (Kể từ số hạng thứ ba) bằng tổng của hai số hạng đứng trước nó. Viết tiếp ba số hạng, ta được dãy số sau:

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76,...

b, Tương tự bài a, ta tìm ra quy luật của dãy số là: Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ tư) bằng tổng của 3 số hạng đứng trước nó.

Viết tiếp ba số hạng, ta được dãy số sau.

0, 2, 4, 6, 12, 22, 40, 74, 136, ...

c, ta nhận xét:

Số hạng thứ hai là:

$$3 = 0 + 1 + 2$$

Số hạng thứ ba là:

$$7 = 3 + 1 + 3$$

Số hạng thứ tư là:

$$12 = 7 + 1 + 4$$

...

Từ đó rút ra quy luật của dãy là: Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng tổng của số hạng đứng trước nó cộng với 1 và cộng với số thứ tự của số hạng ấy.

Viết tiếp ba số hạng ta được dãy số sau.

0, 3, 7, 12, 18, 25, 33, ...

d, Ta nhận xét:

Số hạng thứ hai là

$$2 = 1 \times 2$$

Số hạng thứ ba là

$$6 = 2 \times 3$$

số hạng thứ tư là

$$24 = 6 \times 4$$

...

Từ đó rút ra quy luật của dãy số là: Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng tích của số hạng đứng liền trước nó nhân với số thứ tự của số hạng ấy.

Viết tiếp ba số hạng ta được dãy số sau:

1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, ...

Dạng 2. Xác định số a có thuộc dãy đã cho hay không?

Cách giải:

- Xác định quy luật của dãy.
- Kiểm tra số a có thoả mãn quy luật đó hay không.

Bài tập:

Em hãy cho biết:

a, Các số 50 và 133 có thuộc dãy 90, 95, 100, .. hay không?

b, Số 1996 thuộc dãy 3, 6, 8, 11, .. hay không?

c, Số nào trong các số 666, 1000, 9999 thuộc dãy 3, 6, 12, 24, .. ?

Giải thích tại sao?

Giải:

a, Cả 2 số 50 và 133 đều không thuộc dãy đã cho vì

- Các số hạng của dãy đã cho đều lớn hơn 50;
- Các số hạng của dãy đã cho đều chia hết cho 5 mà 133 không chia hết cho 5.

b, Số 1996 không thuộc dãy đã cho, Vì mọi số hạng của dãy khi chia cho đều dư 2 mà $1996: 3$ thì dư 1.

c, Cả 3 số 666, 1000, 9999 đều không thuộc dãy 3, 6, 12, 24, .., vì

- Mỗi số hạng của dãy (kể từ số hạng thứ 2) bằng số hạng liền trước nhân với 2. Cho nên các số hạng (kể từ số hạng thứ 3) có số hạng đứng liền trước là số chẵn mà $666: 2 = 333$ là số lẻ.

- Các số hạng của dãy đều chia hết cho 3 mà 1000 không chia hết cho 3

- Các số hạng của dãy (kể từ số hạng thứ hai) đều chẵn mà 9999 là số lẻ.

Dạng 3. Tìm số số hạng của dãy số:

* Lưu ý:

- ở dạng này thường sử dụng phương pháp giải toán khoảng cách (trồng cây). Ta có công thức sau:

Số số hạng của dãy = Số khoảng cách + 1

- Nếu quy luật của dãy là: số đứng sau bằng số hạng liền trước cộng với số không đổi thì:

Số các số hạng của dãy = (Số cuối – số đầu): K/c + 1

Bài tập vận dụng:

Bài 1:

Viết các số lẻ liên tiếp từ 211. Số cuối cùng là 971. Hỏi viết được bao nhiêu số?

Giải:

Hai số lẻ liên tiếp hơn kém nhau 2 đơn vị

Số cuối hơn số đầu số đơn vị là:

$$971 - 211 = 760 \text{ (đơn vị)}$$

760 đơn vị có số khoảng cách là:

$$760 : 2 = 380 \text{ (K/ c)}$$

Dãy số trên có số số hạng là:

$$380 + 1 = 381 \text{ (số)}$$

Đáp số: 381 số hạng

Dạng 4. Tìm tổng các số hạng của dãy số:

* Cách giải:

Nếu các số hạng của dãy số cách đều nhau thì tổng của 2 số hạng cách đều số hạng đầu và số hạng cuối trong dãy đó bằng nhau. Vì vậy:

Tổng các số hạng của dãy = tổng của 1 cặp 2 số hạng cách đều số hạng đầu và cuối x số hạng của dãy: 2

Bài tập vận dụng:

Bài 1:

Tính tổng của 100 số lẻ đầu tiên.

Giải:

Dãy của 100 số lẻ đầu tiên là:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 197 + 199.$$

Ta có:

$$1 + 199 = 200$$

$$3 + 197 = 200$$

$$5 + 195 = 200$$

...

Vậy tổng phải tìm là:

$$200 \times 100 : 2 = 10\ 000$$

Đáp số 10 000

Dạng 5. Tìm số hạng thứ n:

Bài tập vận dụng:

Bài 1:

Cho dãy số: 1, 3, 5, 7,...

Hỏi số hạng thứ 20 của dãy là số nào?

Giải:

Dãy đã cho là dãy số lẻ nên các số liên tiếp trong dãy cách nhau 1 khoảng cách là 2 đơn vị.

20 số hạng thì có số khoảng cách là:

$$20 - 1 = 19 \text{ (khoảng cách)}$$

19 số có số đơn vị là:

$$19 \times 2 = 38 \text{ (đơn vị)}$$

Số cuối cùng là:

$$1 + 38 = 39$$

Đáp số: Số hạng thứ 20 của dãy là 39

Bài 2:

Viết 20 số lẻ, số cuối cùng là 2001. Số đầu tiên là số nào?

Giải:

2 số lẻ liên tiếp hơn kém nhau 2 đơn vị

20 số lẻ có số khoảng cách là:

$$20 - 1 = 19 \text{ (khoảng cách)}$$

19 khoảng cách có số đơn vị là:

$$19 \times 2 = 38 \text{ (đơn vị)}$$

Số đầu tiên là:

$$2001 - 38 = 1963$$

Đáp số : số đầu tiên là 1963.

Công thức:

a, Cuối dãy: $n = \text{Số đầu} + \text{khoảng cách} \times (n - 1)$

b, Đầu dãy: $n = \text{Số cuối} - \text{khoảng cách} \times (n - 1)$

Dạng 6. Tìm số chữ số biết số số hạng

Bài tập vận dụng:

Bài 1:

Cho dãy số 1, 2, 3, 4,, 150.

Dãy này có bao nhiêu chữ số

Giải:

Dãy số 1, 2, 3,, 150 có 150 số.

Trong 150 số có

+ 9 số có 1 chữ số

+ 90 số có 2 chữ số

+ Các số có 3 chữ số là: $150 - 9 - 90 = 51$ (chữ số)

Dãy này có số chữ số là:

$$1 \times 9 + 2 \times 90 + 3 \times 51 = 342 \text{ (chữ số)}$$

Đáp số: 342 chữ số

Bài 2:

Viết các số chẵn liên tiếp từ 2 đến 1998 thì phải viết bao nhiêu chữ số?

Giải:

Giải:

Dãy số: 2, 4,, 1998 có số số hạng là:

$$(1998 - 2) : 2 + 1 = 999 \text{ (số)}$$

Trong 999 số có:

4 số chẵn có 1 chữ số

45 số chẵn có 2 chữ số

450 số chẵn có 3 chữ số

Các số chẵn có 4 chữ số là:

$$999 - 4 - 45 - 450 = 500 \text{ (số)}$$

Số lượng chữ số phải viết là:

$$1 \times 4 + 2 \times 45 + 3 \times 450 + 4 \times 500 = 3444 \text{ (chữ số)}$$

đáp số: 3444 chữ số

Ghi nhớ:

Để tìm số chữ số ta:

+ Tìm xem trong dãy số có bao nhiêu số số hạng

+ Trong số các số đó có bao nhiêu số có 1, 2, 3, 4,.. .. chữ số

Dạng 7. Tìm số số hạng biết số chữ số

Bài tập vận dụng:

Bài 1:

Một quyển sách có 435 chữ số. Hỏi quyển sách đó có bao nhiêu trang?

Giải:

Để đánh số trang sách người ta bắt đầu đánh từ trang số 1. Ta thấy để đánh số trang có 1 chữ số người ta đánh mất 9 số và mất:

$$1 \times 9 = 9 \text{ (chữ số)}$$

Số trang sách có 2 chữ số là 90 nên để đánh 90 trang này mất:

$$2 \times 90 = 180 \text{ (chữ số)}$$

Đánh quyển sách có 435 chữ số như vậy chỉ đến số trang có 3 chữ số. Số chữ số để đánh số trang sách có 3 chữ số là:

$$435 - 9 - 180 = 246 \text{ (chữ số)}$$

246 chữ số thì đánh được số trang có 3 chữ số là:

$$246 : 3 = 82 \text{ (trang)}$$

Quyển sách đó có số trang là:

$$9 + 90 + 82 = 181 \text{ (trang)}$$

đáp số: 181 trang

Bài 2:

Viết các số lẻ liên tiếp bắt đầu từ số 87. Hỏi nếu phải viết tất cả 3156 chữ số thì viết đến số nào?

Giải:

Từ 87 đến 99 có các số lẻ là:

$$(99 - 87) : 2 + 1 = 7 \text{ (số)}$$

Để viết 7 số lẻ cần:

$$2 \times 7 = 14 \text{ (chữ số)}$$

Có 450 số lẻ có 3 chữ số nên cần:

$$3 \times 450 = 1350 \text{ (chữ số)}$$

Số chữ số dùng để viết các số lẻ có 4 chữ số là:

$$3156 - 14 - 1350 = 1792 \text{ (chữ số)}$$

Viết được các số có 4 chữ số là:

$$1792: 4 = 448 \text{ (số)}$$

Viết đến số:

$$999 + (448 - 1) \times 2 = 1893$$

Dạng 8. Viết liên tiếp một nhóm chữ số hoặc chữ cái

Bài tập vận dụng:

Bài 1:

Viết liên tiếp các chữ cái A, N, L, U, U thành dãy AN LUU, AN LUU,...

Chữ cái thứ 1998 là chữ cái gì?

Giải:

Để viết 1 nhóm AN LUU người ta phải viết 5 chữ cái A, N, L, U, U. Nếu xếp 5 chữ cái ấy vào 1 nhóm ta có:

Chia cho 5 không dư là chữ cái U

Chia cho 5 dư 1 là chữ cái A

Chia cho 5 dư 2 là chữ cái N

Chia cho 5 dư 3 là chữ cái L

Chia cho 5 dư 4 là chữ cái U

$$\text{Mà: } 1998: 5 = 339 \text{ (nhóm) dư } 3$$

Vậy chữ cái thứ 1998 là chữ cái L của nhóm thứ 400

Bài 2:

Một người viết liên tiếp nhóm chữ Tổ quốc Việt Nam thành dãy

Tổ quốc Việt Nam Tổ quốc Việt Nam...

a, Chữ cái thứ 1996 trong dãy là chữ gì?

b, Người ta đếm được trong dãy có 50 chữ T thì dãy đó có bao nhiêu chữ Ô? bao nhiêu chữ I

c, Bạn An đếm được trong dãy có 1995 chữ Ô. Hỏi bạn ấy đếm đúng hay sai? Giải thích tại sao?

d, Người ta tô màu các chữ cái trong dãy theo thứ tự: Xanh, đỏ, tím, vàng; xanh, đỏ, .. Hỏi chữ cái thứ 1995 trong dãy tô màu gì?

Giải:

a, Nhóm chữ TỔ QUỐC VIỆT NAM có 13 chữ cái. Mà $1996: 13 = 153$ (nhóm) dư 7.

Như vậy kể từ chữ cái đầu tiên đến chữ cái thứ 1996 trong dãy người ta đã viết 153 lần nhóm chữ TỔ QUỐC VIỆT NAM và 7 chữ cái tiếp theo là: TỔ QUỐC V. Chữ cái thứ 1996 trong dãy là chữ V.

b, Mỗi nhóm chữ TỔ QUỐC VIỆT NAM có 2 chữ T và cũng có 2 chữ Ô và 1 chữ I. vì vậy, nếu người ta đếm được trong dãy có 50 chữ T thì dãy đó cũng phải có 50 chữ Ô và có 25 chữ I.

c, Bạn đó đã đếm sai, vì số chữ Ô trong dãy phải là số chẵn

d, Ta nhận xét: các màu Xanh, đỏ, tím, vàng gồm có 4 màu.

Mà $1995: 4 = 498$ (nhóm) dư 3.

Những chữ cái trong dãy có số thứ tự là số chia cho 4 dư 3 thì được tô màu tím

Vậy chữ cái thứ 1995 trong dãy được tô màu tím.

(Sưu Tầm, Nguồn: Toán Tiểu Học Phan Duy Nghĩa)