TRƯỜNG ĐH PHẠM VĂN ĐỒNG

KHOA SƯ PHẠM TỰ NHIÊN

--------------- * -------------

BÀI GIẢNG

PPDH TOÁN Ở TIỂU HỌC 3

BẬC CAO ĐẲNG NGÀNH GIÁO DỤC TIỂU HỌC

TẠ THANH HIẾU

Quảng Ngãi: 4 / 2016

LỜI NÓI ĐẦU

Tập bài giảng này là tài liệu được biên soạn dựa vào [1] Đỗ Trung Hiệu, Nguyễn Hùng Quang, Kiều Đức Thành (2000), *Phương pháp dạy học Toán ở tiểu học(Tập 2, Phần thực hành giải toán),* NXB Giáo dục, Hà Nội; [2]Trần Diên Hiển (2009), *Thực hành giải toán tiểu học (Tập 1, 2),*NXB ĐHSP Hà Nội; [3] Trần Ngọc Lan (2009)*, Rèn luyện tư duy cho học sinh trong dạy học toán tiểu học,* NXB Trẻ, TP HCM và theo đề cương chi tiết học phần: Phương pháp dạy học toán ở tiểu học 3 của Trường Đại học Phạm Văn Đồng dùng cho sinh viên năm thứ ba, bậc cao đẳng ngành giáo dục tiểu học.

Đây là tài liệu thuộc học phần chuyên chọn nhằm hướng đến cho sinh viên có cơ sở hiểu biết và kĩ năng vận dụng phù hợp các phương pháp suy luận và phát triển các năng lực tư duy cho học sinh qua dạy học môn toán ở tiểu học.

Tài liệu gồm 4 chương, cơ cấu cho 3 tín chỉ (45 tiết).

Ở mỗi chương , mục đều có câu hỏi, bài tập đánh giá. Cụ thể:

Chương 1: Suy luận trong dạy học toán ở tiểu học

Chương 2: Rèn luyện và phát triển tư duy cho học sinh qua dạy học môn toán

Chương 3: Phát hiện và bồi dưỡng học sinh giỏi

Chương 4: Tổ chức hoạt động ngoại khóa toán trong nhà trường tiểu học

Nội dung học phần có tính chất tổng hợp, đặc trưng của phương pháp tư duy toán học, vì vậy trên cơ sở nội dung kiến thức và yêu cầu chung qui định trong chương trình môn toán tiểu học và để sử dụng tài liệu hiệu quả ngoài việc tự nghiên cứu, thảo luận ở các nhóm trên lớp theo các nội dung yêu cầu cụ thể của giảng viên, sinh viên cần liên hệ thực tế qua các đợt TTSP nhằm linh hoạt trong cách vận dụng, khai thác phát triển tư duy phù hợp với từng loại đối tượng học sinh thông qua việc giải các dạng bài tập trong SGK Toán tiểu học.

Mặc dù có rất nhiều cố gắng trong việc biên soạn tài liệu song chắc chắn không tránh khỏi những hạn chế và thiếu sót. Rất mong đón nhận các ý kiến đóng góp để tập bài giảng được thiết thực đầy đủ hơn.

Người biên soạn

Tạ Thanh Hiếu

Chương 1 SUY LUẬN TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TIỂU HỌC

A. MỤC TIÊU

- Giúp Sinh viên hiểu biết về khái niệm, phán đoán, suy luận; nắm vững các phương pháp suy luận thường dùng trong dạy học toán ở Tiểu học.
- Có kỹ năng vận dụng trong nghiên cứu chương trình toán tiểu học.
- Có ý thức trách nhiệm, nghiêm túc trong học tập bộ môn.

B. NỘI DUNG

1.1 Khái niệm, phán đoán, suy luận

1.1.1 Khái niệm

Để chỉ một tập hợp các đối tượng có cùng những đặc tính chung nào đó, người ta đưa ra một khái niệm mới. (Khái niệm cũng được gọi là sự phản ánh mối quan hệ giữa các đối tượng). Nhờ vậy, việc đưa ra các khái niệm cho phép ta tiến hành sự nghiên cứu không phải trên từng đối tượng riêng biệt mà là trên một tập hợp các đối tượng có chung những đặc tính (thuộc tính bản chất) nào đó.

Chẳng hạn;

Trong các hình tứ giác, ta thấy có những hình có hai cạnh đối diện song song, lại có những hình có các cặp cạnh đối diện song song.

Để phân biệt chúng ta đặt ra khái niệm: Hình thang ; hình bình hành.

Trong chương trình toán tiểu học có rất nhiều khái niệm: Số tự nhiên, Phân số, Số thập phân, các hình hình học, các phép tính, …

Một khái niệm thường là tên gọi của một tập hợp các đối tượng có cùng những đặc tính chung. Theo đó, một khái niệm thường được biểu hiện trên hai phương diện:

Nội hàm và Ngoại diên.

Nội hàm: Các đặc tính chung xác định tập hợp các đối tượng được phản ảnh trong khái niệm.

Ngoại diên: Bản thân tập hợp các đối tượng đó.

Ví dụ:

Khái niệm hình vuông

- Nội hàm: Hình có 4 cạnh bằng nhau, có 4 góc vuông
- Ngoại diên: Tập hợp các các hình vuông

Khái niệm số tự nhiên

- Nội hàm: Có số bé nhất là số không, không có số lớn nhất, mỗi số tự nhiên có một số liền sau, giữa hai số liền nhau không có số tự nhiên nào khác.

Ngoại diên: Tập hợp các số tự nhiên

Hiểu biết về một khái niệm có nhiều mức độ khác nhau. Tạm chia thành hai mức:

Mức 1: Nhận biết một số phần tử thuộc ngoại diên và biết được một số đặc tính chung thuộc nội hàm của khái niệm .

Mức 2: Xác dịnh được toàn bộ ngoại diên và xác định được thuộc tính bản chất của khái niệm

Ở tiểu học chỉ yêu cầu mức 1, chẳng hạn chỉ giới thiệu cho học sinh nhận biết một số phần tử thuộc ngoại diên và một vài đặc tính chung thuộc nội hàm của khái niệm nên thường gọi là khái niệm ban đầu.

Việc hình thành các khái niệm cho học sinh tiểu học chủ yếu thông qua các hoạt động thực hành, kiểm nghiệm từ đó giúp các em tiếp cận khái niệm, có biểu tượng đúng về đối tượng, mô tả được các đặc điểm cơ bản của đối tượng đó, gọi tên đúng đối tượng theo quy ước .

Câu hỏi, bài tập:

1. Hãy nêu nội hàm và ngoại diên của các khái niệm sau đây ở tiểu học: phân số, số thập phân, hình chữ nhật, hình bình hành, hình lập phương, độ dài , diện tích,.

2. Hãy nêu mức độ yêu cầu nắm bắt các khái niệm ấy qua các lớp ở Tiểu học

1.1.2 Phán đoán (mệnh đề)

1.1.2.1 Định nghĩa:

Phán đoán là một hình thức của tư duy, khẳng định một dấu hiệu nào đó thuộc hay không thuộc về một đối tượng xác định.

Trong Lôgic hình thức, phán đoán có tính chất hoặc đúng, hoặc sai.

(Phán đoán cũng được hiểu là sự phản ánh mối quan hệ giữa các khái niệm) .

Ví dụ:

Trong chương trình toán tiểu học các nhận xét, kết luận, quy tắc, ghi nhớ ,...xem là những phán đoán toán học.

1.1.2.2 Các loại phán đoán

Phán đoán trực tiếp: Diễn đạt kết quả của quá trình tri giác một đối tượng toán học: chẳng hạn: Trái đất có dạng hình cầu.

Phán đoán gián tiếp: được hình thành thông qua một hoạt động trí tuệ đặc biệt gọi là suy luận.

Ngoài ra người ta còn phân thành phán đoán đơn và phán đoán phức

Trong logic hình thức, phán đoán chính là các mệnh đề toán học.

Phán đoán đơn là các mệnh đề đơn giản, phán đoán phức là các mệnh đề phức tạp

Ví dụ:

- 35 chia hết cho 3
- Một số phân số là số tự nhiên, ….. là các mệnh đề đơn giản
- 15 chia hết cho 3 và 5
- Một số tự nhiên không chẵn thì lẻ,... là các mệnh đề phức tạp.

Từ các mệnh đề đơn giản,có thể lập nên các mệnh đề phức tạp nhờ các phép toán lôgic.

Trong ngôn ngữ thông thường các phép toán lôgic được biểu thị bằng từ hoặc cụm từ: Không phải ; và ; hoặc ; nếu….thì ; khi và chỉ khi.

$\overline{p}$ (không phải p) : Đúng khi p sai và sai khi p đúng

$p \wedge q$ (p và q) : chỉ đúng khi p và q đều đúng

$p \vee q$ (p hoặc q) : chỉ sai khi p và q đều sai

$p \Rightarrow q$ (nếu P thì q) : chỉ sai khi p đúng và q sai

$p \Leftrightarrow q$ (p khi và chỉ khi q) : đúng khi p và q cùng đúng hoặc cùng sai

Ở tiểu học, các mệnh đề được nêu ra thường xuyên trong quá trình dạy học toán nên cần chú ý đến tính đúng sai khi học sinh phát biểu một mệnh đề toán học.

Việc xác định giá trị chân lý của mệnh đề nhờ vào logic hình thức.

Ở mức độ nào đó, có thể giúp học sinh vận dụng và hiểu được tính đúng- sai của một phát biểu.

Ví dụ: Nói 3+7=10 và 2>3 là sai, nhưng nếu nói 3+7=10 hoặc 2>3 lại là đúng.

Câu hỏi, bài tập:

1 .Nêu một số mệnh đề trong chương trình toán tiểu học.

2. Bằng các phép toán logic hãy lập các mệnh đề phức tạp từ hai mệnh đề đơn giản nào đó rồi tìm giá trị chân lý của chúng.

1.1.3 Suy luận

1.1.3.1 Định nghĩa

Suy luận là hình thức tư duy phản ánh nhận thức hiện thực một cách gián tiếp, xuất phát từ một hay nhiều điều đã biết để đi đến những phán đoán mới.

Trong lôgic hình thức, suy luận được hiểu là sự phản ảnh quan hệ giữa các mệnh đề.
Có thể hiểu đơn giản: Khi ta rút ra một mệnh đề nào đó (gọi là kết luận) từ một số mệnh đề cho trước (gọi là các tiền đề) vậy là ta đã có một suy luận.

Một suy luận thường gồm ba yếu tố:

- Phần tiền đề (gồm các mệnh đề cho trước)
- Phần kết luận (mệnh đề cần rút ra)
- Qui tắc suy luận

<u>Ví dụ 1:</u>

- Những số có tận cùng là 5 hoặc 0 thì chia hết cho 5 (tiền đề 1)
- Số 2005 có tận cùng là 5 (tiền đề 2)
- Vậy 2005 chia hết cho 5 (kết luận)

<u>Ví dụ 2</u> :

- 672 chia hết cho 3 (tiền đề 1)
- 672 chia hết cho 4 (tiền đề 2)
- vậy 672 chia hết cho 3 và 4 (kết luận)

+ Suy luận ở ví dụ1, 2 có phần tiền đề: Các mệnh đề 1 và 2 (tiền đề 1,2)

Phần kết luận: Là mệnh đề thứ 3 (kết luận)

+ Qui tắc suy luận:

<u>ở ví dụ 1</u> là: Nếu p $\Rightarrow$q đúng và p đúng thì q đúng

Có dạng: $\dfrac{p \Rightarrow q, p}{q}$

<u>ở ví dụ 2</u> là: Nếu p , q đúng thì p^ q đúng

Có dạng: $\dfrac{p, q}{p \wedge q}$

<u>Chú ý</u>

Khi trình bày một suy luận, nói chung người ta không cần chỉ rõ qui tắc suy luận nào đã được sử dụng mà chỉ cần làm rõ đâu là phần tiền đề, đâu là phần kết luận.

Do vậy, chúng ta thường dùng các cặp từ sau để tách phần tiền đề và phần kết luận:
Nếu…thì… ; vì…nên… ; ta có…vậy…. ; từ…suy ra …; giả sử….khi đó…

Trong giải toán tiểu học, thay cho việc trình bày đầy đủ một suy luận, ở mức độ yêu cầu cơ bản chỉ yêu cầu học sinh viết phần kết luận mà không yêu cầu viết phần tiền đề của suy luận đó.

Ví dụ:

An có 5 bông hoa, Bình có nhiều hơn An 2 bông hoa.Hỏi Bình có bao nhiêu bông hoa ?

Thay cho việc trình bày đầy đủ câu lời giải (một suy luận):

Vì An có 5 bông hoa và Bình có nhiều hơn An 2 bông hoa nên Bình có số bông hoa là: 5 + 2 = 7 (bông hoa) thì chỉ cần viết: Bình có số bông hoa là: 5 + 2 = 7 (bông hoa)

1.1.3.2 Các kiểu suy luận:

Có hai kiểu suy luận: Suy luận diễn dịch và suy luận có lý (hay suy luận nghe có lý).

a/ Suy luận diễn dịch (suy luận hợp logic):

Là suy luận theo những quy tắc suy luận tổng quát, từ những tiền đề đúng ta rút ra được kết luận luôn đúng (suy luận này xem là phép chứng minh gọi là chứng minh suy diễn)

b/ Suy luận có lí (tiêu biểu là phép qui nạp không hoàn toàn, phép tương tự):

Là suy luận không theo một qui tắc suy luận tổng quát nào và từ những tiền đề đúng ta rút ra kết luận chưa chắc chắn đúng.

Lưu ý:

+ Hai suy luận trên không mâu thuẫn nhau mà kết hợp bổ sung cho nhau trong nhận thức toán học. Dựa vào suy luận có lí để phát hiện ra kết luận, giả thuyết nào đó và bằng suy luận diễn dịch để kiểm chứng, khẳng định chân lý về kết luận, giả thuyết đó.

+ Tư duy của học sinh tiểu học còn đang trong quá trình hình thành và phát triển, nó còn đang trong giai đoạn tư duy cụ thể, chưa hoàn chỉnh, khái quát còn là vấn đề khó đối với các em. Vì vậy trong dạy học toán chưa thể chủ quan, nôn nóng yêu cầu các em đạt ngay được các yêu cầu cơ bản của nhận thức toán học.Điều quan trọng đối với giáo viên là nhận thức rõ bản chất của đối tượng toán học, phân biệt rõ chứng minh suy diễn với thực nghiệm, kiểm nghiệm thực tế, dự đoán dựa trên trực giác, quan sát hay kinh nghiệm cảm tính với chứng minh; suy luận chứng minh với suy luận có lý; đồng thời nắm vững sự phát triển có qui luật của tư duy các em, đánh giá đúng khả năng hiện thực và khả năng tiềm tàng cần giúp đỡ phát triển để có những biện pháp sư phạm thích hợp với trình độ phát triển tâm lý và với việc nhận thức các kiến thức toán học ở tiểu học.

Câu hỏi, bài tập:

1. Hãy nêu vài suy luận và trình bày đầy đủ các thành phần có trong suy luận đó.
2. Nêu vài bài tập toán và trình bày đầy đủ các suy luận khi giải các bài toán đó.
3. Tìm một bài toán mà khi trình bày bài giải phải vượt qúa mức yêu cầu cơ bản khi trình bày .

1.2. Các phương pháp suy luận trong dạy học toán ở tiểu học

1.2.1 Suy luận diễn dịch (suy diễn)

Suy luận diễn dịch là suy luận theo những qui tắc suy luận tổng quát và bằng những tiền đề đúng ta rút ra được kết luận chắc chắn đúng.

Ví dụ 1: Số 2016 có chia hết cho 9 ?

Những số tự nhiên có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 (tiền đề 1)

Số 2016 có tổng các chữ số chia hết cho 9 (tiền đề 2)

Vậy số 2016 chia hết cho 9 (kết luận)

Một số qui tắc suy luận thường gặp

- Qui tắc kết luận (khẳng định): Có dạng $\dfrac{p \Rightarrow q, p}{q}$

Nếu p$\Rightarrow$q đúng và p đúng thì q đúng (vì nếu q sai và p đúng thì p$\Rightarrow$q sai)

Ở Ví dụ 1 trên ta đã sử dụng quy tắc suy luận này, trong đó tiền đề 1 chính là p$\Rightarrow$q , tiền đề 2 chính là p, Kết luận chính là q.

Ví dụ 2: Số 2015 có chia hết cho 5 ?

- Những số có tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5 (tiền đề 1)
- Số 2015 có tận cùng là 5 (tiền đề 2)
- Vậy 2015 chia hết cho 5 (kết luận)

- Qui tắc phản chứng: Có dạng $\dfrac{p \Rightarrow q, \overline{q}}{\overline{p}}$

Nếu p$\Rightarrow$q đúng và $\overline{q}$ đúng (q sai) thì p sai ($\overline{p}$ đúng)

Ví dụ 3 Số 116 có chia hết cho 6 ?

- Những số chia hết cho 6 thì chia hết cho 3 (tiền đề 1)
- Số 116 không chia hết cho 3 (tiền đề 2)
- Vậy 116 không chia hết cho 6 (kết luận)

Ví dụ 4 Số 2015 có chia hết cho 9 ?

- Những số chia hết cho 9 thì tổng các chữ số của nó chia hết cho 9 (tiền đề 1)
- Số 2015 có tổng các chữ số không chia hết cho 9 (tiền đề 2)
- Vậy 2015 không chia hết cho 9 (kết luận)

Nhận xét các suy luận sau:

1/ Nếu một số chia hết cho 5 thì có tận cùng là 5

Số 2000 không có tận cùng là 5

Vậy số 2000 không chia hết cho 5

2/ Nếu một số có tận cùng là 5 thì chia hết cho 5

Số 2000 không có tận cùng là 5

Vậy số 2000 không chia hết cho 5

Kết luận của hai suy luận trên đều không đúng vì tiền đề 1 ở ví dụ 1 không luôn đúng, còn ở ví dụ 2 suy luận không đúng qui tắc

- Qui tắc bắc cầu: Có dạng $\dfrac{P \Rightarrow q, q \Rightarrow r}{P \Rightarrow r}$

Nếu p$\Rightarrow$q đúng và q$\Rightarrow$r đúng thì p$\Rightarrow$r đúng

Ví dụ 5

Nếu a chia hết cho 6 thi a chia hết cho 3

Nếu a chia hết cho 3 thì tổng các chữ số của nó chia hết cho 3

Vậy, nếu a chia hết cho 6 thì tổng các chữ số của nó chia hết cho 3

- Qui tắc lựa chọn (loại trừ): Có dạng $\dfrac{p \vee q, \overline{p}}{q}$ hoặc $\dfrac{p \vee q, \overline{q}}{p}$

Nếu p $\vee$ q đúng và $\overline{p}$ đúng (p sai) thì q đúng

Ví dụ 6 Một số tự nhiên hoặc là chẵn hoặc là lẻ (tiền đề 1)

Số tự nhiên A không là số chẵn (tiền đề 2)

Vậy số tự nhiên A là một số lẻ (kết luận)

Câu hỏi: Trình bày một số ví dụ suy luận diễn dịch có trong chương trình toán tiểu học và cho biết các thành phần trong suy luận đó và quy tắc suy luận đã sử dụng.

1.2.2 Suy luận qui nạp

Là suy luận đi từ cái riêng đến cái chung, từ các trường hợp riêng cụ thể đến trường hợp chung mang tính khái quát.

Có hai dạng qui nạp:

+ Qui nạp hoàn toàn:

Là suy luận mà kết luận chung, khái quát được rút ra trên cơ sở đã xét tất cả các trường riêng, cụ thể và chỉ cho các trường hợp ấy thôi.

Ví dụ:

Từ các trường hợp cụ thể: $5 \vdots 5$, $10 \vdots 5$, $15 \vdots 5$, $20 \vdots 5$, $25 \vdots 5$, $30 \vdots 5$ ta rút ra kết luận: Các số tự nhiên không quá 30 có tận cùng là 0 hoặc 5 đều chia hết cho 5.

Hoặc khi tìm số tự nhiên x, biết: $2{,}5 \times x < 7$ ta đã chọn được x = 0, 1, 2 để $2{,}5 \times x < 7$

Làm như vậy là đã dùng phép qui nạp hoàn toàn.

Nhận xét: Kết luận của phép qui nạp hoàn toàn luôn đúng.

+ Qui nạp không hoàn toàn (gọi tắt là qui nạp):

Là suy luận mà kết luận chung, khái quát được rút ra trên cơ sở chỉ xét một số trường hợp riêng, cụ thể.

Theo ví dụ trên, nếu ta rút ra kết luận: Mọi số tự nhiên có tận cùng là 0 hoặc 5 đều chia hết cho 5, như vậy là ta đã dùng phép qui nạp không hoàn toàn.

Hoặc khi xét một số trường hợp, ta thấy:

$0 + 1 = 1 + 0$, $1+ 2 = 2 + 1$, $2 + 5 = 5 + 2$; $1 \times 2 = 2 \times 1$, $2 \times 5 = 5 \times 2$; $0 \times 7 = 7 \times 0$

Từ đó ta có kết luận khái quát:

Khi đổi chỗ các số hạng trong một tổng thì tổng không thay đổi

(Tính chất giao hoán của phép cộng hai số tự nhiên: $a + b = b + a$)

Khi đổi chỗ các thừa số trong một tích thì tích không thay đổi

(Tính chất giao hoán của phép nhân hai số tự nhiên: $a \times b = b \times a$)

Nhận xét:

Kết luận của phép qui nạp không hoàn toàn bao gồm nhiều trường hợp chưa được xét đến nên nó không chắc đúng. (chỉ là một phán đoán có thể đúng mà cũng có thể sai)

Chẳng hạn: Khi xét một số trường hợp, nhận thấy:

12 chia hết cho 3, 42 chia hết cho 3, 72 chia hết cho 3, 132 chia hết cho 3

Từ đó rút ra kết luận: Những số có tận cùng là 2 thì chia hết cho 3. Đây là kết luận sai, vì chỉ cần chỉ ra 1 trường hợp cụ thể không đúng chẳng hạn số 52. (gọi là phản ví dụ)

Qui nạp toán học:

Trong trường hợp số phần tử đang xét là vô hạn đếm được , ta có thể kiểm tra phán đoán với mọi phần tử bằng cách dùng qui nạp toán học (chứng minh bằng qui nạp toán học).

Ví dụ: Tổng S_n của n số tự nhiên đầu tiên là : $S_n = n \times (n+1) : 2$

1.2.3.Phân biệt suy luận diễn dịch và suy luận qui nạp

- Một suy luận mà phần tiền đề tổng quát hơn hoặc ít nhất cũng không kém tổng quát so với phần kết luận gọi là suy luận diễn dịch
- Một suy luận mà phần tiền đề gồm các mệnh đề ít tổng quát hơn phần kết luận gọi là suy luận qui nạp

Chẳng hạn:

- Vì diện tích hình chữ nhật có chiều dài a (m) và chiều rộng b (m) bằng a x b (m^2) nên diện tích hình chữ nhật có chiều dài 5m và chiều rộng 4m bằng 5 x 4 = 20 (m^2)

(Đây là suy luận diễn dịch)

- Vì diện tích hình chữ nhật có chiều dài 5m và chiều rộng 4m bằng 5 x 4 (m^2) nên diện tích hình chữ nhật có chiều dài a (m) và chiều rộng b (m) bằng a x b (m^2)

(Đây là suy luận qui nạp)

Mặc dù kết luận của phép qui nạp không hoàn toàn (gọi tắt là qui nạp) chỉ là 1 dự đoán không chắc chắn đúng, song trong dạy học toán tiểu học nó có vai trò rất quan trọng trong việc rèn luyện năng lực phân tích tổng hợp, trừu tượng hóa khái quát hóa cho học sinh. Nhờ nó mà ta có thể giúp các em tự tìm ra kiến thức một cách chủ động, rõ ràng, có ý thức, chắc chắn, tránh được tình trạng thừa nhận kiến thức một cách hình thức, hời hợt, từ đó phát huy được tính tích cực chủ động, sáng tạo trong học tập của học sinh.

1.2.4 Suy luận tương tự:

Là suy luận đi từ sự giống nhau của một số thuộc tính nào đó của hai đối tượng để từ đó rút ra kết luận về sự giống nhau của các thuộc tính khác của hai đối tượng đó.

Kết luận của phép tương tự nhiều khi không cho kết luận đúng đắn.

Ví dụ : Mọi số tự nhiên có chữ số tận cùng là 2 thì chia hết cho 2 (đây là kết luận đúng)

Nếu dựa phép tương tự đưa ra cho trường hợp: Mọi số tự nhiên có tận cùng là 4 thì chia hết cho 4 (là kết luận sai)

Mặc dù kết luận của phép tương tự không chắc chắn đúng song nếu biết khéo léo vận dụng đúng lúc, đúng chổ thì phép tương tự sẽ là một trợ thủ đắc lực trong dạy học toán.

Chẳng hạn : Từ chổ đã biết: Khi nhân cả tử số và mẫu số của một phân số với cùng một số (khác 0) thì được một phân số bằng phân số đã cho. Dựa phép tương tự có thể gợi ý cho trường hợp: Khi chia cả tử số và mẫu số của một phân số cho cùng một số (khác 0) .

Câu hỏi:

Nêu số ví dụ minh họa về việc vận dụng suy luận quy nạp trong dạy học toán Tiểu học

1.2.5 Phép chứng minh

Qúa trình suy luận theo qui tắc suy luận tổng quát nhằm xác nhận hay loại bỏ một phán đoán nào đó dựa vào các phán đoán đã biết từ trước gọi là phép chứng minh.

Mỗi chứng minh toán học bao gồm một số hữu hạn bước, mỗi bước là một suy luận diễn dịch, trong đó ta đã vận dụng một qui tắc suy luận tổng quát.

Một phép chứng minh gồm ba phần:

+ Luận đề: Là mệnh đề cần phải chứng minh.

+ Luận cứ: Là những mệnh đề mà tính đúng đắn của nó đã được khẳng định dùng làm tiền đề trong mỗi bước suy luận.

+ Luận chứng: Là những qui tắc suy luận tổng quát được sử dụng trong mỗi bước suy luận của chứng minh đó.

Chẳng hạn: Trong mục 1.2.1 quá trình suy luận ở mỗi ví dụ 1, 2, 3, 4, 5, 6 là một chứng minh thể hiện bằng một bước suy luận diễn dịch và kết luận rút ra ở mỗi ví dụ đó là một kết luận chứng minh.

Ví dụ:

- Số 1980 chia hết cho 5 ? (vì: Mọi số chia hết cho 5 đều có tận cùng là 0 hoặc 5, số 1980 có tận cùng là 0. Vậy số 1980 chia hết cho 5)
- Số 1994 chia hết cho 6 ? (vì: Mọi số chia hết cho 6 đều chia hết cho 3, mà số 1994 không chia hết cho 3, do có tổng các chữ số không chia hết cho 3, nên số 1994 không chia hết cho 6)
- Số 1974 chia hết cho 3 và 2 ? (vì: 1974 chia hết cho 3 do có tổng các chữ số chia hết cho 3, 1974 chia hết cho 2 do có tận cùng là 4. Vậy 1974 chia hết cho 3 và 2)

Để chứng minh các nội dung toán học gồm nhiều bước suy luận, trong giải toán ở tiểu học ta thường dùng các phép phân tích và tổng hợp.

- **Phép phân tích: là quá trình suy luận đi từ điều chưa biết đến điều đã biết.**

Phép phân tích này xuất phát từ điều chưa biết - thường từ câu hỏi của bài toán mà muốn tìm ra phải suy luận ngược lên về điều đã biết. (gọi là phân tích đi lên)

Thể hiện sơ đồ: Điều cần tìm $A \rightarrow A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_n$ (điều đã cho, đã biết).

Cách suy luận: Muốn có A cần có A_1, muốn có A_1 cần có A_2, muốn có A_2 cần có ... A_n.

Chẳng hạn: Muốn xác định được cái phải tìm thì cần biết những gì? Trong đó có cái gì đã biết, cái gì chưa biết? Muốn tìm cái chưa biết ấy cần biết những gì? …

Ở tiểu học, phép phân tích này thường dùng để tìm hoặc hướng dẫn tìm cách giải hoặc dẫn dắt tìm hiểu lời giải bài toán có căn cứ rõ ràng tránh đột ngột, áp đặt trong việc hướng dẫn giải toán cho học sinh.

<u>Ví dụ 1</u> : Giải bài toán (Toán 3): Đàn vịt có 48 con, trong đó có $\frac{1}{8}$ số vịt đang bơi ở dưới ao. Hỏi trên bờ có bao nhiêu con vịt ?

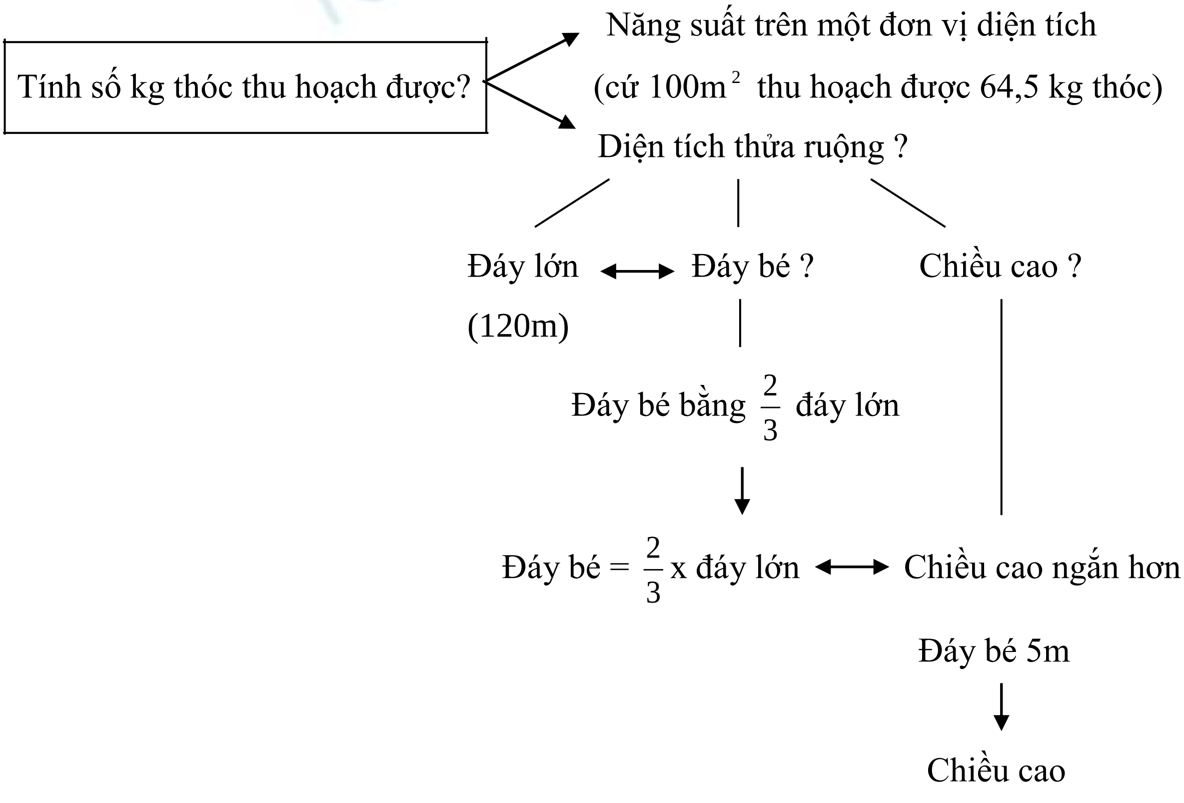
Dùng Phân tích đi lên hướng dẫn học sinh tìm cách giải bài toán (dựa sơ đồ đoạn thẳng):

- Bài toán hỏi gì ? (trên bờ có bao nhiêu con vịt)
- Muốn biết trên bờ có bao nhiêu con vịt ta làm thế nào? (lấy số vịt cả đàn trừ đi số con vịt dưới ao). Vậy ta cần biết gì? (số vịt cả đàn và số con vịt dưới ao)
- Số vịt cả đàn biết chưa? (biết rồi: 48 con), số con vịt dưới ao biết chưa? (chưa biết) nhưng đã biết gì? (biết có $\frac{1}{8}$ số vịt của cả đàn đang bơi ở dưới ao). Vậy để tính số con vịt đang bơi dưới ao ta làm thế nào? (lấy số vịt cả đàn chia cho 8)
- Đến đây ta đã giải được bài toán chưa? (rồi)

<u>Ví dụ 2</u>: Giải bài toán sau (Toán 5):

Một thửa ruộng hình thang có đáy lớn 120m, đáy bé bằng $\frac{2}{3}$ đáy lớn. Chiều cao ngắn hơn độ dài đáy bé 5m. Trung bình cứ $100m^2$ thu hoạch được 64,5 kg thóc. Tính số ki-lô-gam thóc thu hoạch được trên thửa ruộng đó.

Dùng Phân tích đi lên hướng dẫn học sinh tìm cách giải bài toán:



- Bài toán hỏi gì ? (số ki-lô-gam thóc thu hoạch được trên thửa ruộng đó)

Vậy muốn tìm số ki-lô-gam thóc thu hoạch được ta làm thế nào?

(lấy diện tích thửa ruộng nhân với năng suất thu hoạch trên 1 đơn vị diện tích)

Vậy phải cần biết những gì?

(năng suất thu hoạch được trên 1 đơn vị diện tích và diện tích thửa ruộng)

- Năng suất thu hoạch đã biết chưa?

  (biết rồi: cứ $100m^2$ thu hoạch được 64,5 kg thóc)

- Diện tích thửa ruộng biết chưa? (chưa biết, cần phải biết gì? Biết độ dài đáy lớn, đáy bé và chiều cao; đã biết đáy lớn là 120m, chưa biết đáy bé và chiều cao)
- Chưa biết đáy bé nhưng đã biết gì? (biết đáy bé bằng $\frac{2}{3}$ đáy lớn), vậy tìm đáy bé bằng cách nào? Chiều cao chưa biết nhưng đã biết gì? (ngắn hơn độ dài đáy bé 5m). vậy để tính chiều cao ta làm thế nào?
- Đến đây đã giải được bài toán chưa?

- **Phép tổng hợp: là quá trình suy luận đi từ điều đã biết về điều chưa biết.**

Sơ đồ của nó là: Điều đã biết $A_n \rightarrow A_{n-1} \rightarrow ...A_1 \rightarrow A$ (điều phải tìm).

Phép tổng hợp thường dùng để trình bày lời giải. (ngược lại quá trình phân tích đi lên)

Dựa phép tổng hợp, ta thực hiện theo trình tự các bước giải như sau:

Ở ví dụ 1:

- Tính số con vịt dưới ao
- Tính số con vịt trên bờ

Bài giải:

Số con vịt đang bơi dưới ao là: 48 : 8 = 6 (con)

Số con vịt ở trên bờ là: 48 – 6 = 42 (con)

Đáp số: 42 con vịt

Ở ví dụ 2:

- Tính độ dài đáy bé của thửa ruộng
- Tính chiều cao của thửa ruộng
- Tính diện tích của thửa ruộng
- Tính số ki-lô-gam thóc thu hoạch được của thửa ruộng đó

Bài giải:

Độ dài đáy bé thửa ruộng hình thang là: $120 \times \frac{2}{3} = 80$ (m)

Chiều cao thửa ruộng hình thang là: 80 – 5 = 75 (m)

Diện tích thửa ruộng hình thang là: $(120 + 80) \times 75 : 2 = 7500$ (m^2)

Số ki-lô-gam thóc thu hoạch được của thửa ruộng là: 7500 x 64,5 : 100 = 4837,5 (kg)

Đáp số: 4837,5 kg

1.3..Vận dụng phương pháp suy luận trong dạy học toán ở tiểu học

Cân thấy rằng các phương pháp suy luận thường liên quan đến khả năng diễn đạt, trình bày, giải thích cũng như cách phát hiện và giải quyết vấn đề, nhất là khi vận dụng các phương pháp suy luận vào thực hành làm bài tập cần quan tâm chú ý đến việc thể hiện các bước suy luận đó trong cách trình bày, giải thích. Riêng đối với giải toán có lời văn cần kết hợp phép phân tích và tổng hợp trên cơ sở nhận biết và nắm chắc các nhóm của loại bài toán đơn cũng như các dạng toán điển hình cở bản ở tiểu học.

Mặc dù ở tiểu học không yêu cầu chỉ rõ đã vận dụng phương pháp suy luận nào nhưng tài liệu cần thể hiện cụ thể giúp người học biết cách tự liên hệ, khai thác và rèn luyện góp phần nâng cao hiệu quả, chất lượng trong quá trình dạy học toán. Chẳng hạn ta thường vận dụng phương pháp suy luận (quy nạp) khi hình thành tính chất, qui tắc, công thức, các dấu hiệu chia hết, … và khi áp dụng các qui tắc, tính chất, công thức đã biết vào làm các bài tập cụ thể xem như là đã vận dụng suy luận.

Ví dụ: Khi dạy tính chất giao hoán của phép cộng (Toán 4)

SGK đưa ra tình huống: So sánh giá trị của hai biểu thức: a + b và b + a trong bảng sau:

giúp người học tự liên hệ, khai thác và rèn luyện góp phần nâng cao hiệu quả, chất lượng trong quá trình dạy học toán.

a	20	250	1208
b	30	350	2764
a+b	20+30=50	250+350=600	1208+2764=3972
b+a	30+20= 50	350+250=600	2764+1208=3972

Từ việc yêu cầu học sinh tình kết quả của ba trường hợp cụ thể trong bảng trên, rồi tự so sánh giá trị và nêu ra nhận xét: “giá trị của a + b và b + a luôn bằng nhau”.

Theo đó giáo viên nêu kết luận khái quát và đưa ra tính chất giao hoán của phép cộng:

$$a + b = b + a$$

“Khi đổi chỗ các số hạng trong một tổng thì tổng không thay đổi”

Khi dạy qui tắc so sánh các số tự nhiên trong phạm vi 10000, SGK Toán 3 lần lượt nêu ra các trường hợp thông qua các ví dụ cụ thể: 999 < 1000 ; 10000 > 9999 và cho học sinh nhận xét về số chữ số của mỗi số, dựa suy luận qui nạp nêu ra kết luận về qui tắc so sánh hai số có số chữ số khác nhau. Tiến hành tương tự trường hợp so sánh hai số có cùng số chữ số,…

Hoặc qua bài tập: Trong các số đã cho, số nào vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 5 ?

Dựa vào dấu hiệu chia hết cho 2, cho 5 gợi ý: Tìm trong các số đã cho nêu ra những số nào chia hết cho 5, rồi trong các số chia hết cho 5 đó chọn ra các số chia hết cho 2. (Tương tự có thể nêu trong các số chia hết cho 2, chọn ra những số chia hết cho 5)

Từ bài tập nầy cho học sinh nhận xét: Số vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 5 có tận cùng là chữ số nào ? Theo kết quả đã làm ở trên cho học sinh nhận xét và dựa vào suy luận qui nạp giáo viên đưa ra kết luận khái quát để học sinh tự áp dụng về sau.

Với dạng bài tập: Tìm số hạng thứ 100 của dãy số: 3, 8, 15, 24, 35, …

Cần gợi ý học sinh tập phân tích và tổng hợp từng trường hợp cụ thể để có kết luận:

Cách 1: (gọn và dễ nhận biết)

Số hạng thứ nhất: 3 = 1 x 3 ; số hạng thứ hai: 8 = 2 x 4 ; số hạng thứ ba: 15 = 3 x 5

Số hạng thứ tư: 24 = 4 x 6 ; số hạng thứ năm: 35 = 5 x 7

Dựa qui luật trên rút ra kết luận số hạng thứ 100 là: 100 x 102 = 10200

Cách 2:

Số hạng thứ nhất: 3 = 1 x 1 + 2 x 1 ; Số hạng thứ hai: 8 = 2 x 2 + 2 x 2 ;

Số hạng thứ ba: 15 = 3 x 3 + 2 x 3 ; Số hạng thứ tư: 24 = 4 x 4 + 2 x 4 ;

Số hạng thứ năm: 35 = 5 x 5 + 2 x 5

Dựa qui luật trên, kết luận số hạng thứ 100 là: 100 x 100 + 2 x100 = 10200

Cách 3:

Số hạng thứ nhất: 3 = 3 ; số hạng thứ hai: 8 = 3 + 5 ; số hạng thứ ba: 15 = 3 + 5 + 7

Số hạng thứ tư: 24 = 3 + 5 + 7 + 9 ; số hạng thứ năm: 35 = 3 + 5 + 7 + 9 + 11

Áp dụng qui luật trên rút ra kết luận số hạng thứ 100 là:

3 + 5 + 7 + 9 + 11 + … + 201 = (3 + 201) x (100 : 2) = 204 x 50 = 10200

Từ những tính chất, qui tắc, công thức hay kiến thức,kỹ năng mới vừa được học, học sinh tập áp dụng vào làm các bài tập cụ thể ở phần luyện tập thực hành và xem đây là quá trình rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp suy luận diễn dịch cho học sinh.

Chẳng hạn: Khi đã nhận biết tính chất giao hoán của phép cộng (dựa vào suy luận qui nạp), học sinh tập vận dụng (dựa vào suy luận diễn dịch) vào làm các bài tập dạng :

- Viết số thích hợp vào chỗ chấm: 48 + 12 = 12 + … ; m + n = n + …
- Điền dấu thích hợp vào chỗ chấm: 2975 + 4017 … 4017 + 2970

Hoặc dạng bài tập: Không thực hiện phép tính, hãy tìm x :

a/ $874 - x = 874 - 748$; b/ $5656 \times x = 6565 \times 56$

Học sinh vận dụng suy luận (diễn dịch) thể hiện trong cách làm như sau:

- Vì hai hiệu bằng nhau, có số bị trừ ở hai hiệu bằng nhau là 874 nên số trừ ở hai hiệu đó bằng nhau. Vậy x = 748

- Trên cơ sở dựa vào cách phân tích về cấu tạo thập phân của số và tính chất giao hoán, kết hợp của phép nhân: $56 \times 101 \times x = 65 \times 101 \times 56$ và suy luận: vì hai tích bằng nhau gồm ba thừa số, trong đó có hai thừa số ở hai tích bằng nhau là 56 và 101 nên thừa số thứ ba ở hai tích đó bằng nhau. Vậy x = 65

Hoặc khi làm bài tập dạng: Tính bằng cách thuận tiện nhất (Toán 4):

a/ 142 x 12 + 142 x 18 ; b/ 49 x 365 – 39 x 365 ; c/ 4 x 18 x 25 ; d/ (25 x 36) : 9

Ở đây học sinh cần thể hiện việc vận dụng phương pháp suy diễn trong cách làm:

a/ học sinh áp dụng qui tắc nhân một số với một tổng:

142 x 12 + 142 x 18 = 142 x (12 + 18)

= 142 x 30

b/ áp dụng tính chất giao hoán của phép nhân và qui tắc nhân một số với một hiệu:

49 x 365 – 39 x 365 = 365 x 49 – 365 x 39

= 365 x (49 – 39)

c/ áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân:

4 x 18 x 25 = 4 x 25 x 8 = 100 x 8

d/ áp dụng tính chất một tích chia cho một số:

(25 x 36) : 9 = 25 x (36 : 9)

= 25 x 4

Hoặc sau khi nhận biết qui tắc so sánh các số có 3, 4, nhiều chữ số, học sinh tập áp dụng qui tắc thông qua suy luận (diễn dịch) thể hiện trong cách làm cụ thể. Chẳng hạn:

1/ Tìm số bé nhất (lớn nhất) trong các số đã cho:

+ Trường hợp 1: Các số đã cho có cùng số chữ số thì cần tìm xem chữ số đầu tiên thuộc hàng cao nhất (nếu trùng nhau thì chọn chữ số tiếp theo thuộc hàng nhỏ hơn kế tiếp) ở các số đó là nhỏ nhất trong các số đã cho rồi viết (đọc) ra.

+ Trường hợp 2: Các số đã cho có số chữ số khác nhau thì cần tìm xem trong các số đó, số nào có ít chữ số nhất thì chọn viết (đọc) ra. Nếu trong các số có ít chữ số đó lại có 2, 3 số như vậy thì tiến hành như trường hợp 1.

2/ Viết theo thứ tự từ bé đến lớn (từ lớn đến bé) trong các số đã cho:

+ Trường hợp 1: Các số đã cho có cùng số chữ số thì cần tìm số bé nhất trong các số đã cho như trường hợp 1 của 1/ rồi viết ra, sau đó tiếp tục chọn viết số bé nhất trong các số còn lại, tiếp tục như vậy cho đến hết.

+ Trường hợp 2: Các số đã cho có số chữ số khác nhau thì tiến hành như trường hợp 2 của 1/ rồi tiếp tục tiến hành như trường hợp 1 của 2/

Sau khi học quy tắc, công thức tính chu vi, diện tích các hình, học sinh cần nhận ra và biết cách áp dụng quy tắc, công thức đó để vận dụng vào làm các bài tập cụ thể có liên quan. Hoặc từ cách giải của mỗi dạng bài toán điển hình đã học, học sinh cần nhận dạng được bài toán đã cho để từ đó vận dụng đúng cách giải tương ứng cho mỗi dạng cụ thể. Hoặc dựa phép suy luận tương tự có thể gợi ý học sinh tự rút ra dấu hiệu chia hết cho 5, từ dấu hiệu chia hết cho 2 đã biết; rút ra qui tắc nhân một số với 99, từ qui tắc nhân một số với 9, hoặc từ qui tắc so sánh các số có bốn chữ số ta xây dựng tương tự cho qui tắc so sánh các số có nhiều chữ số hoặc xây dựng tương tự các bảng nhân, chia tiếp theo.

Do vậy cần chú ý đến cách liên hệ kiến thức, kỹ năng đã biết nhất là cách diễn đạt trình bày của học sinh trong quá trình thực hành làm các bài tập cụ thể trong SGK qua đó giúp học sinh dần hình thành và rèn luyện kỹ năng vận dụng các phương pháp suy luận.

Chẳng hạn:

1/ Trong các số đã cho, số nào chia hết cho 9, không chia hết cho 9 ?

Dựa vào dấu hiệu chia hết cho 9, vận dụng suy luận diễn dịch học sinh nhận biết được các số nào chia hết cho 9, không chia hết cho 9 bằng cách tự kiểm tra xem tổng các chữ số của mỗi số đã cho có là một số chia hết cho 9 hay không chia hết cho 9 rồi theo đó có kết luận chọn đúng các số theo yêu cầu.

2/ Tìm số x, biết số x bằng trung bình cộng của 3 số: 25, 37 và x.

Dựa vào số trung bình cộng đã biết, suy luận: Vì số x là trung bình cộng của 3 số: 25, 37 và x nên x cũng là trung bình cộng của 2 số 25 và 37. vậy x = (25 + 37) : 2 = 31

3/ Cho dãy số 5, 8, 11, 14, …

Tìm số hạng thứ 50 và cho biết số 2015 có mặt trong dãy số đó không, vì sao?

Dựa vào suy luận qui nạp học sinh tìm số hạng thứ 50 như sau:

Cách 1:

Từ số hạng thứ nhất, ta có: $5 = 2 + 3\times1$

………… 2 ….. $8 = 2 + 3\times2$

………… 3 ….. $11 = 2 + 3\times3$

……….. 4 ….. $14 = 2 + 3\times4$

Theo qui luật trên, rút ra kết luận: số hạng thứ 50 là : $2 + 3\times50 = 152$

Cách 2:

Từ số hạng thứ nhất, ta có: $5 = 5 + 3\times0$

………… 2 ….. $8 = 5 + 3\times1$

………… 3 ….. $11 = 5 + 3\times2$

……….. 4 ….. $14 = 5 + 3\times3$

Theo qui luật trên, rút ra kết luận: số hạng thứ 50 là : $5 + 3\times49 = 152$

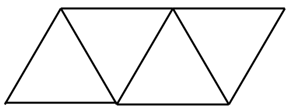
Suy luận theo cách 2 được thể hiện trong qui tắc tìm số hạng thứ 50 đã biết đối với dãy số cách đều. Gợi hướng học sinh suy luận:

Từ số hạng thứ nhất đến số hạng thứ 50 có bao nhiêu khoảng cách? $50 – 1 = 49$, mỗi khoảng cách là 3, tức là mỗi số hạng sau hơn số hạng kế trước 3 đơn vị và số hạng đầu tiên là 5, Do đó số hạng thứ 50 được tính như sau : $5 + (50 – 1) \text{ x } 3 = 152$.

Theo cách 1, học sinh suy luận từ chỗ thấy rằng: Các số hạng 5, 8, 11, 14 , … khi chia cho 3 đều dư 2.(suy luận qui nạp: mọi số hạng của dãy số khi chia cho 3 đều dư 2).

Vì 2015 chia cho 3 dư 2 nên 2015 có mặt trong dãy số đã cho.

4/ Muốn xếp 20 hình tam giác thành một hàng ngang bằng que diêm (hình vẽ).Hỏi cần bao nhiêu que diêm?



Xếp hình tam giác thứ nhất cần: 3 (que diêm)

……………. 2 ….. : $3 + 2$

…………….. 3 ……: $3 + 2\times2$

…………… 4 ……: $3 + 2\times3$

……………………

Theo qui luật trên, rút ra kết luận:

Để xếp 20 hình tam giác thành một hàng ngang cần: $3 + 2\times19 = 41$(que diêm)

Qua cách làm trên, học sinh có thể suy luận như sau:

Để xếp hình tam giác thứ nhất cần 3 que diêm nhưng để xếp 19 hình tam giác còn lại, mỗi hình xếp chỉ cần 2 que diêm. Vậy muốn xếp 20 hình tam giác thành một hàng ngang cần số que diêm là: $3 + 2\times19 = 41$(que diêm)

Câu hỏi và bài tập chương 1

1. Trình bày các khái niệm: khái niệm, mệnh đề, suy luận. Cho ví dụ minh họa trong dạy học toán Tiểu học
2. Có các loại suy luận nào được sử dụng trong dạy học toán Tiểu học.
3. Chọn một số bài tập toán cụ thể ở tiểu học và thể hiện việc vận dụng các phương pháp suy luận thông qua giải các bài tập đó.
4. Dùng phương pháp phân tích và tổng hợp hướng dẫn học sinh tìm cách giải và trình bày bài giải các bài toán sau:

1/ Hiện nay tuổi của bố gấp 4 lần tuổi của con và tổng số tuổi của hai bố con là 50 tuổi. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa thì tuổi của bố gấp hai lần tuổi của con ?

2/ Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 75m và chu vi gấp 5 lần chiều rộng. Tính diện tích mảnh đất đó.

3/ Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 60m. Nếu tăng chiều dài lên 5m và giảm chiều rộng 5m thì chiều rộng bằng $\frac{1}{6}$ chiều dài. Tính diện tích hình chữ nhật lúc đầu.

4/ Cho hình tứ giác ABCD và M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Biết diện tích của MNPQ là 100 cm^2, hãy tính diện tích của tứ giác ABCD.

5/ Có hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước. Nếu vòi 1 chảy riêng sẽ đầy bể trong 20 giờ và vòi 2 chảy riêng sẽ đầy bể trong 30 giờ. Hỏi nếu cả hai vòi cùng chảy một lúc thì trong bao lâu sẽ đầy bể ?

6/ Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước sau 12 giờ thì đầy bể. Biết rằng lượng nước mỗi giờ chảy vào bể của vòi 1 gấp 1,5 lần lượng nước của vòi 2. Hỏi mỗi vòi nếu chảy một mình sau bao lâu sẽ đầy bể ?